18. Comportamento del consumatore e domanda di mercato

Il comportamento del consumatore è stato analizzato dapprima nell'ambito della teoria dell'utilità marginale e successivamente dalla teoria dell'indifferenza. Dall'esame delle due teorie trarremo gli elementi per definire la domanda individuale. La funzione di domanda lega la quantità domandata al prezzo del rispettivo bene, ma riconosce le influenze esogene prodotte da variazioni del reddito a disposizione del consumatore e da mutamenti nei prezzi di altri beni.

Il comportamento del complesso dei consumatori, così come la curva di domanda di mercato, consegue dalle scelte individuali.

18.1. L'utilità "cardinale": utilità totale e utilità marginale

Supponiamo dapprima che l'utilità che un individuo trae dal consumo di un bene possa essere misurata in termini quantitativi. Al riguardo si richiede che esista una unità di misura: la misura della lunghezza è il metro, che corrisponde alla quarantamilionesima parte di un meridiano terrestre ed è stato successivamente individuato come la lunghezza di una sbarra di platino-iridio non deformabile, depositata presso l'Archivio internazionale di pesi e misure di Sèvres; la misura dell'utilità la possiamo designare *util* e dovrebbe indicare lo standard, valido per tutti gli individui, per quantificare la soddisfazione che si trae dalla disponibilità di un bene, impresa quanto mai difficile perché le preferenze sono una grandezza tipicamente soggettiva.

Supponendo di aver risolto il problema della definizione dell'unità di misura, possiamo associare ad ogni unità del bene (il bene in oggetto lo indichiamo con 1, e x_1 è la sua quantità a disposizione del consumatore) il corrispondente valore di utilità *totale*, espresso da un numero cardinale (*tot* util). Possiamo pertanto scrivere:

$$U = U(x_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n) \qquad [18.1]$$

dove il consumo degli altri beni 2, …, n è tenuto costante (per questo le grandezze sono sovrassegnate) in modo da isolare l'effetto sul benessere del soggetto derivante dal consumo del bene 1.

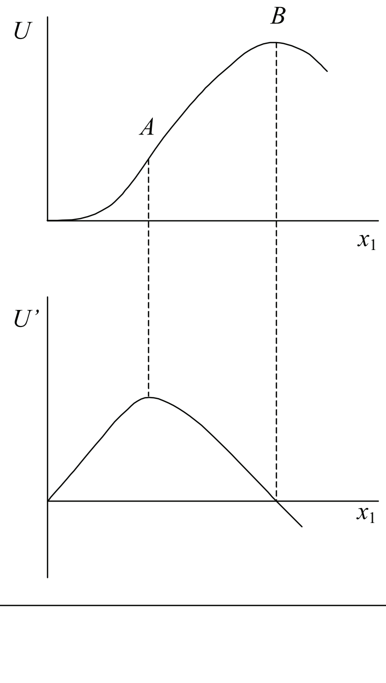
Le ipotesi che facciamo sono che: man mano che aumenta la quantità del bene consumata, l'utilità totale aumenta fino a toccare un massimo (una volta raggiunto tale livello, per quantità aggiuntive del bene si può addirittura avere una riduzione di utilità); il tasso di aumento (la velocità con cui l'utilità totale aumenta) è dapprima crescente e poi decrescente. Quest'ultima ipotesi deriva dal fatto che: finché vi è privazione o, comunque, scarsità del bene, se ne apprezzano quantità aggiuntive; man mano che si raggiunge la saturazione, si desidera sempre meno disporre di dosi ulteriori.

Definiamo con il termine utilità *marginale* (*Uma*) l'incremento di soddisfazione che deriva all'individuo dal consumo di una unità addizionale del bene (l'incremento nella disponibilità del bene è infinitamente piccola, per cui $\Delta x_1 \rightarrow 0$). Abbiamo perciò:

$$Uma = \frac{\delta U}{\delta x_1} = \lim_{\Delta x_1 \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta x_1} \qquad [18.2]$$

L'utilità marginale è la derivata parziale (il consumo degli altri beni è tenuto costante) della funzione di utilità rispetto a x_1.

Figura 18.1



Da un punto di vista grafico, il valore dell'utilità marginale è dato dall'angolo della tangente per ciascun punto della curva superiore rispetto all'asse orizzontale. Fino al punto di flesso (A) della curva l'angolo è via via crescente; in corrispondenza del punto di flesso si raggiunge il valore massimo dell'utilità marginale; a destra del punto di flesso la tangente forma angoli via via decrescenti; in corrispondenza del punto B di massimo dell'utilità totale, la retta tangente è orizzontale e il suo coefficiente angolare è nullo (ricordiamo che la condizione di massimo del primo ordine è derivata prima pari a zero); a destra di B le rette tangenti sono decrescenti ma crescenti in valore assoluto (i valori di disutilità marginale sono via via crescenti).

L'area delimitata dalla curva dell'utilità marginale e dall'asse delle ascisse (che corrisponde all'integrale, la somma di "infinite aree infinitesime") è pari all'utilità totale: ossia l'utilità totale coincide con la somma delle utilità marginali.

18.2. L'utilità "ordinale": le curve di indifferenza come espressione delle preferenze

L'ipotesi dell'utilità come grandezza misurabile in senso cardinale è stata criticata dagli stessi autori neoclassici, in primo luogo Pareto: esprimendo il benessere individuale, la grandezza è difficilmente comparabile tra individui differenti.

Ciò che si richiede in base alla teoria dell'indifferenza è che l'individuo faccia un confronto tra diversi panieri di beni e li ordini a seconda che tra loro vi sia una relazione di indifferenza, o di preferenza. Dati due panieri di beni: "$A \sim B$" indica che l'individuo è indifferente tra di loro; "$A > B$" indica una preferenza stretta; "$A \geq B$" indica una relazione di preferenza o indifferenza.

Nella classificazione in ordine dei diversi panieri non è necessario dare un significato particolare alla scala di misurazione o alla misura della differenza esistente tra le utilità associate ai panieri stessi. Se l'individuo che compie tale classificazione rispetta alcuni vincoli di coerenza (come si è visto nel capitolo *17*, riflessività, completezza, transitività e continuità), l'ordinamento di preferenza può essere rappresentato con una funzione di utilità, il che significa che l'individuo stesso si comporta *come se* stesse massimizzando la propria funzione di utilità.

Consideriamo due soli beni 1 e 2 e un'infinità di panieri A, B, …, N, ciascuno dei quali contiene diverse quantità dei due beni x_1 e x_2. Sulla scorta di quanto visto prima, possiamo scrivere la seguente funzione di utilità:

$$U = U(x_1, x_2) \qquad [18.3]$$

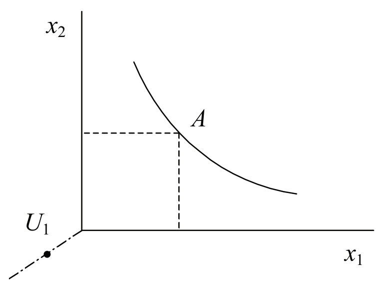
dove entrambe le quantità dei beni sono variabili.

Ci troviamo di fronte ad una funzione con due variabili indipendenti e una dipendente. Sul piano (il foglio o la lavagna) abbiamo solo due dimensioni e non possiamo pertanto riportare tutte e tre le variabili. Il problema lo ritroveremo varie volte. Vediamo, dunque, come con un artificio sia possibile procedere alla rappresentazione grafica sul piano. L'artificio è quello delle *curve di livello*. Vediamone l'applicazione all'espressione [3].

Riportiamo sui due assi le due variabili indipendenti e immaginiamoci un terzo asse che dal piano viene in avanti (la terza dimensione), sul quale segniamo i valori della variabile dipendente. Ogni punto del piano individua un paniere di beni, al quale è associato un determinato livello di utilità. Così, ad esempio, accade al paniere A, che corrisponde ad un livello di utilità pari a U_1.

Ricerchiamo ora altre combinazioni dei due beni che forniscono lo stesso livello di utilità e uniamoli. Si ottiene una superficie, la cui sezione proiettata sul piano dà luogo appunto ad una curva, detta di livello perché corrisponde ad un dato livello, nel caso specifico di utilità. Riferita alla funzione di utilità, la curva di livello prende il nome di *curva di indifferenza*, nel senso che la condizione soggettiva non muta qualunque sia il paniere dei due beni.

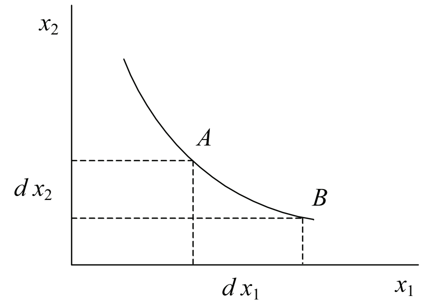
Figura 18.2



La curva ha andamento decrescente perché, al diminuire della quantità disponibile del bene 2 ($x_2 \downarrow$), si deve avere un aumento nella disponibilità dell'altro bene per lasciare immutato il benessere totale del soggetto. Se anche x_1 diminuisse, $U \downarrow$; ma ciò starebbe ad indicare che non siamo più sulla stessa curva di indifferenza. Ritorneremo tra breve su questo aspetto.

Notiamo anche che la curva è convessa verso l'origine degli assi. Questo fatto implica che mano a mano che $x_2 \downarrow$, l'altro bene aumenta in modo via via più che proporzionale.

Figura 18.3



Una spiegazione di questo fenomeno può essere data considerando che nel caso del bene 2 si sta rinunciando alle dosi iniziali, per le quali il valore dell'utilità marginale è molto alto, mentre nel caso del bene 1 si sta accrescendo la disponibilità avvicinandosi al punto di saturazione (utilità marginale decrescente). È per questo che il soggetto deve compensare il sacrificio della privazione del bene 2 con dosi dell'altro bene via via maggiori, al fine di mantenere inalterata la propria utilità totale.

La misura in cui il soggetto è disposto a sostituire un bene all'altro, variandone la proporzione all'interno del paniere, esprime l'importanza relativa di una unità addizionale di un bene in termini del sacrificio connesso alla rinuncia che egli è disposto a fare di un certo ammontare dell'altro bene. Tale misura è data dal *saggio marginale di sostituzione* (*SMS*) nel consumo, che possiamo indicare come la variazione di x_2 connessa ad una variazione infinitesima di x_1, tale comunque da lasciare costante l'utilità totale e dunque il benessere complessivo del soggetto.

La sua misura da un punto di vista grafico è data dalla pendenza in ciascun punto della curva. Muovendosi lungo la curva verso destra e il basso, verifichiamo che il valore del *SMS* si riduce (esso passa dal valore ∞ al valore 0), rilevando un apprezzamento relativo del bene 1 sempre minore; nel tratto finale, in basso a destra, la sostituibilità cessa perché il consumatore non è disposto a rinunciare ulteriormente al bene 2.

Da un punto di vista matematico il problema che abbiamo di fronte è quello di misurare l'effetto sulla funzione, nel nostro caso di utilità (ma il problema è più generale, per cui si tratta di apprendere una tecnica che useremo anche in altri contesti), della variazione di entrambe le variabili indipendenti. In questo caso (ma, ripeto, anche in casi simili) si usa il concetto di *differenziale totale* di una funzione.

Indichiamo con dx_1 e dx_2 le variazioni infinitesime, contestuali, nella disponibilità dei due beni: esse sono dette differenziali delle variabili indipendenti. Tali variazioni producono un effetto sulla funzione, cioè sulla variabile dipendente (U) in ragione delle rispettive utilità marginali. Variando x_1 di un ammontare pari a dx_1, si avrà un effetto sulla funzione pari a $dx_1 \cdot Uma(x_1)$. A tale variazione è associata una variazione anche di x_2 di un ammontare pari a dx_2, il cui effetto sulla funzione è pari a $dx_2 \cdot Uma(x_2)$. La somma dei due prodotti esprime la variazione complessiva della funzione (nel nostro caso dU).

Sappiamo però che lungo la curva di indifferenza (in generale lungo la curva di livello) la variabile dipendente non muta: dunque $dU = 0$. Possiamo pertanto scrivere:

$$dU = dx_1 \cdot Uma(x_1) + dx_2 \cdot Uma(x_2) = 0 \;\rightarrow\; dx_1 \cdot Uma(x_1) = - dx_2 \cdot Uma(x_2) \;\rightarrow$$
$$\rightarrow\; -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{Uma(x_1)}{Uma(x_2)}. \qquad [18.4]$$

Dalla [4] ricaviamo che il valore del *SMS* nel consumo è in relazione al rapporto tra le utilità marginali dei due beni. Il segno meno davanti al rapporto rende positivo un valore di per sé negativo, dato che le variazioni delle due variabili indipendenti seguono direzioni opposte (all'aumentare di x_1, $x_2 \downarrow$: ricordiamo che la curva ha inclinazione negativa). Il *SMS* viene dunque preso in valore assoluto, a prescindere dal segno.

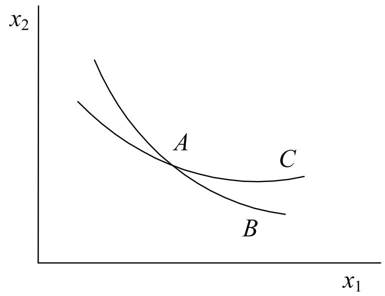
Finora abbiamo ragionato rispetto ad una sola curva di indifferenza, corrispondente ad un livello U_1 di utilità. Di tali curve ne esiste un'intera famiglia o mappa, dove il livello di utilità è via via maggiore quanto più la curva è lontana dall'origine degli assi (per le curve più esterne, rispetto a quelle più interne, si ha che il paniere di beni comporta, a parità nella disponibilità di uno dei due, una quantità maggiore dell'altro, o una quantità maggiore di entrambi). Ribadiamo che dire che $U_1 < U_2 < \ldots < U_n$ implica un semplice ordinamento dei panieri, per cui uno è preferito ad un altro, senza bisogno di quantificare la soddisfazione che se ne trae.

Nel disegnare la mappa di indifferenza si deve evitare di far intersecare le curve. Per dimostrare questa proprietà procediamo per assurdo facendole intersecare.

I panieri A e B giacciono sulla stessa curva di indifferenza (quella più inclinata) e pertanto sono equivalenti. Altrettanto può dirsi dei panieri A e C che sono punti della stessa curva di livello (l'altra, meno inclinata). Per la proprietà transitiva sono equivalenti anche i panieri B e C, il che è impossibile perché in quest'ultimo paniere, relativamente a B, sono presenti entrambi i beni in quantità maggiore.

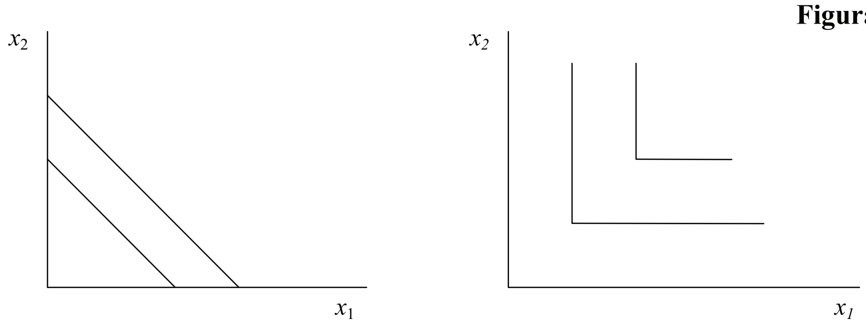
Abbiamo finora considerato come forma delle curve di indifferenza l'iperbole equilatera. La sua proprietà, come si è visto nel paragrafo *2.2*, è che il prodotto tra valore in ascissa e valore in ordinata è costante (il valore della costante è maggiore quanto più la curva è lontana dall'origine degli assi). Questa forma è sufficientemente generale, ma ne sono possibili altre.

Figura 18.4



Due forme alternative che possiamo prendere in considerazione sono: una linea decrescente con inclinazione pari a – 1, e una linea ad angolo retto. La prima si riferisce a due beni perfetti sostituti (l’esempio, che abbiamo già fatto, è quello del burro e della margarina, che si scambiano in un rapporto di 1 a 1), la seconda a due beni perfetti complementi (poniamo le automobili e la benzina).

Figura 18.5



Il valore del *SMS* nel primo caso è costante e pari a 1; nel secondo caso assume contemporaneamente valore 0 e ∞.

È interessante notare che la funzione di utilità, che nel caso della forma ad iperbole è di tipo moltiplicativa ($U = x_1 \cdot x_2$), si presenta per i beni perfetti sostituti di tipo additivo ($U = ax_1 + bx_2$).

Nell’ambito delle funzioni di utilità di tipo moltiplicativo troviamo la Cobb-Douglas. È una funzione matematica molto usata perché estremamente comoda, che trova applicazioni in un altro contesto, a proposito della funzione di produzione (la ritroveremo, con gli opportuni adattamenti, nel prossimo capitolo dove analizzeremo il comportamento dell’impresa). Essa si presenta nella seguente forma:

$$U = x_1^c x_2^d \qquad [18.5]$$

dove i parametri c e d sono espressione dell'utilità marginale associata al consumo dell'uno e dell'altro bene e possono essere impiegati per indicare la quota del reddito (della spesa) destinata all'acquisto dell'uno e dell'altro bene. Vediamo di dar conto di tali significati.

Se le preferenze sono espresse da funzioni di utilità Cobb-Douglas, il *SMS* è dato da:

$$SMS = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{Uma(x_1)}{Uma(x_2)} = \frac{c \cdot x_1^{c-1} x_2^d}{d \cdot x_1^c x_2^{d-1}} = \frac{c \cdot x_1^c x_2^d}{x_1} \frac{x_2}{d \cdot x_1^c x_2^d} = \frac{c \cdot x_2}{d \cdot x_1}. \qquad [18.6]$$

Il risultato finale della [6] discende dall'applicazione delle regole di derivazione di una funzione (nel caso specifico la [5]) da noi richiamate nel paragrafo *17.1* (si tenga presente che nel penultimo passaggio si è moltiplicato il numeratore del rapporto originario per l'inverso del denominatore).

Nel caso di funzione di utilità Cobb-Douglas è possibile trasformarla in modo che la somma degli esponenti sia pari a 1. Infatti, elevando la funzione alla potenza $1/(c + d)$, otteniamo:

$$U = x_1^{\frac{c}{c+d}} x_2^{\frac{d}{c+d}} = x_1^a x_2^{1-a} \qquad [18.7]$$

dove $a \equiv c/(c + d)$. Ritorneremo nel paragrafo *4* a ragionare su questi aspetti.

18.3. Il vincolo di bilancio

Se la curva di indifferenza esprime le preferenze del soggetto, il vincolo di bilancio esprime la condizione oggettiva nel problema di scelta: la spesa del soggetto per l'acquisto dei due beni presenti nella nostra economia semplificata deve eguagliare il suo reddito nominale (il simbolo che useremo per designare il reddito individuale è I), reddito che egli si procura cedendo servizi produttivi e che assumiamo per il momento dato esogenamente.

Due precisazioni sembrano opportune. Il vincolo può essere posto nel senso che la spesa deve essere minore o eguale al reddito. È chiaro però che se il soggetto è razionale, è lontano dal punto di saturazione (ipotesi di "non sazietà") e non ha altre alternative a disposizione, deve portarsi sulla "frontiera delle sue possibilità", per cui deve valere l'eguaglianza tra le due grandezze. Riguardo alle alternative aperte al soggetto vi è quella del risparmio, inteso nel presente contesto come astensione dal consumo corrente in vista di consumi futuri: tale possibilità è per il momento esclusa. Altrettanto può dirsi dell'indebitamento, in quanto risparmio negativo.

La spesa del soggetto per l'acquisto dei due beni è data dal prodotto tra prezzo e quantità, dove il prezzo dei beni è per il soggetto una variabile parametrica determinata dal mercato al di fuori di ogni influenza personale del soggetto stesso.

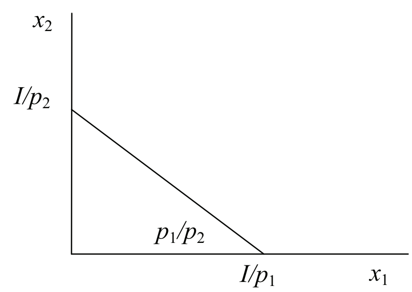
Il vincolo di bilancio può essere scritto nel seguente modo:

$$x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = I \;\rightarrow\; x_2 = \frac{I}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 . \qquad [18.8]$$

Nella versione finale esso ci indica diverse combinazioni dei due beni accessibili al soggetto dato il reddito a sua disposizione e dati esogenamente i prezzi dei due beni. Il legame tra x_1 e x_2 è inverso, nel senso che, per un dato livello del reddito, all'aumentare dell'uno l'altro deve necessariamente diminuire. La misura in cui un bene può essere trasformato nell'altro da parte del consumatore è dato dal rapporto tra i rispettivi prezzi, dunque dal prezzo relativo, che esprime in senso proprio il costo di una unità addizionale di un bene in termini di rinuncia ad unità dell'altro. Se i mercati dei beni sono in condizioni di concorrenza perfetta, il prezzo di ognuno dei due beni è unico qualunque sia la quantità acquistata dal singolo consumatore: ciò implica la costanza del prezzo relativo.

La rappresentazione grafica della [8] è pertanto data da una linea decrescente (ribadiamo, dato il reddito monetario, la maggiore disponibilità di un bene comporta minore quantità dell'altro) con angolo, costante, pari al rapporto tra i prezzi dei due beni, e intercette sui due assi che indicano la quantità massima acquistabile di ciascuno dei due beni (corrispondente, evidentemente, a quantità zero dell'altro bene), data dal reddito nominale deflazionato per l'uno o l'altro dei due prezzi.

Figura 18.6

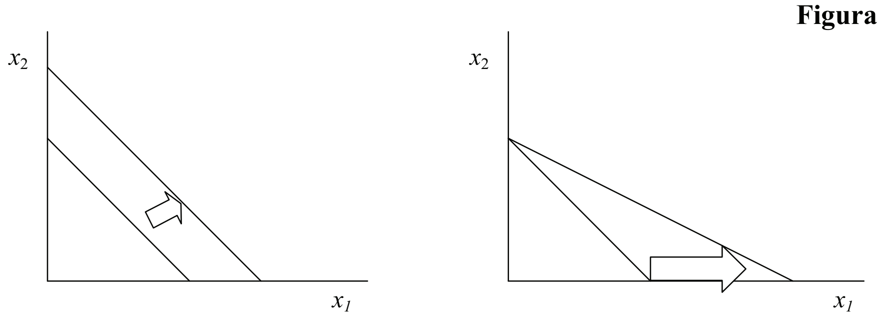


La pendenza della linea, presa in valore assoluto, è detta *saggio marginale di trasformazione* (*SMT*) nel consumo. Esso indica la variazione infinitesima del bene 2 (dx_2) connessa ad una variazione infinitesima (ovviamente in direzione opposta) del bene 1 (dx_1), dato il reddito nominale del consumatore. Si differenzia dal saggio marginale di sostituzione visto in precedenza perché quest'ultimo è espressione delle preferenze, mentre il *SMT* è riferito alle possibilità oggettive: esso indica infatti la quantità del bene 2 che *deve* essere ceduta in cambio di una unità del bene 1. Il suo valore è dato da:

$$-\frac{dx_2}{dx_1}=\frac{p_1}{p_2}. \qquad [18.9]$$

Avendo specificato i valori delle due intercette e della pendenza della linea di bilancio, è agevole individuare le conseguenze di variazioni nel reddito nominale o nel prezzo di uno o l'altro dei due beni. Nel grafico che segue vengono mostrati gli effetti, rispettivamente, di $I\uparrow$ e di $p_1\downarrow$.

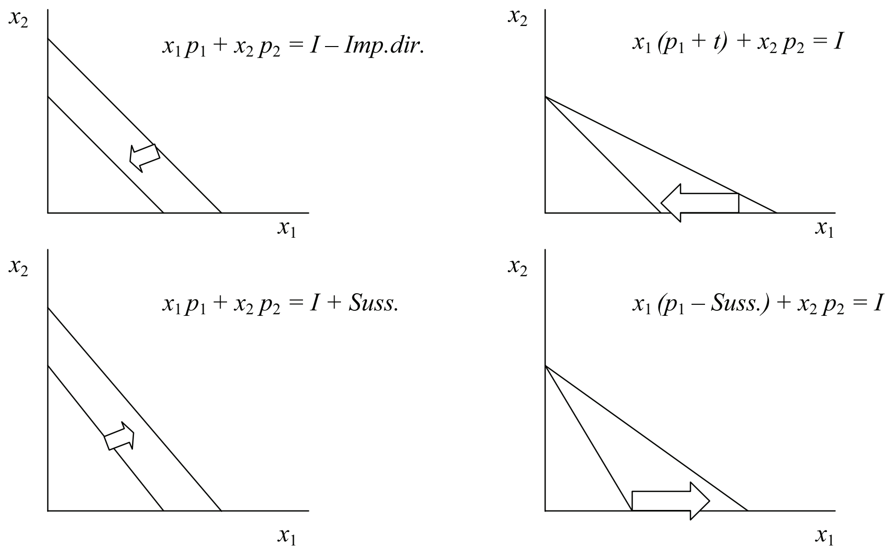
Figura 18.7



Nel primo caso aumentano entrambe le intercette e lo spostamento della linea di vincolo è parallelo; nel secondo aumenta solo l'intercetta orizzontale e la pendenza si riduce.

Un aspetto da considerare riguarda la definizione del reddito del consumatore. Finora l'abbiamo considerato pari alla somma dei redditi percepiti a seguito della cessione di servizi produttivi. Se consideriamo la presenza dello Stato è più corretto parlare di reddito *disponibile*, portando in detrazione il prelievo fiscale (le imposte dirette; in simboli *Imp.dir.*) ed eventualmente considerando i trasferimenti (ad esempio i sussidi per i consumatori poveri; in simboli *Trasf.*). Vi sono altre due possibilità da contemplare: l'esistenza di un'imposta indiretta (*Imp.indir.* $= t \cdot x_1$) che accresce il prezzo d'acquisto di un bene; l'esistenza di un sussidio per incentivare la domanda di un bene (il simbolo che useremo è *Suss.*). Vediamo i loro riflessi sulla definizione del vincolo di bilancio e, di conseguenza, sul grafico. Per chiarezza ogni caso viene trattato a sé.

Figura 18.8

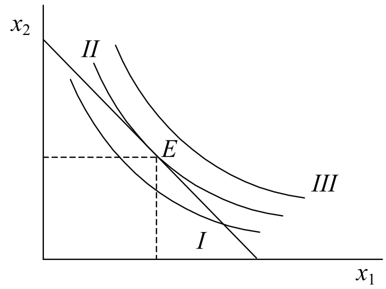


18.4. La soluzione di equilibrio

Abbiamo espresso le preferenze del consumatore con una mappa di indifferenza. Abbiamo anche visto come il consumatore, rispettando alcuni vincoli di coerenza (riflessività, completezza, transitività e continuità), si comporta *come se* stesse massimizzando la propria funzione di utilità. Ciò significa che egli mira a portarsi sulla curva di indifferenza più alta, che corrisponde al livello di soddisfazione massimo.

Nel suo comportamento il consumatore è però limitato dall'esistenza del vincolo di bilancio, che limita le curve di indifferenza a lui accessibili. Nel grafico che segue delle tre curve di indifferenza riportate, la *III* individua panieri di beni inaccessibili al consumatore dato il reddito a sua disposizione; scegliere panieri di beni lungo la curva *I*, invece, darebbe luogo a soluzioni inefficienti perché non tutto il reddito sarebbe utilizzato (ricordiamo che per ipotesi non vi sono alternative alla spesa di consumo).

Figura 18.9



La soluzione ottimale va ricercata lungo la curva *II* e degli infiniti panieri preferibile è quello individuato dal punto di tangenza tra la stessa curva e la linea di bilancio. In corrispondenza del punto *E* sono uguali le rispettive pendenze, cioè il *SMS* nel consumo coincide con il *SMT*. Ciò significa che vi è coincidenza tra le condizioni soggettive e quelle oggettive dello scambio perché la disponibilità soggettiva a rinunciare ad un certo numero di unità del bene 2 per avere una unità del bene 1 è pari a quanto è richiesto al consumatore fare in base alle condizioni di mercato (più in particolare al prezzo relativo).

$$-\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{Uma(x_1)}{Uma(x_2)} = \frac{p_1}{p_2}. \qquad [18.10]$$

Ciò non accade in altri punti lungo la *II*. Per punti più alti *SMS* > *SMT*, per cui la soddisfazione del consumatore può aumentare cedendo x_2 (ad esempio, se *SMS* = 3 > *SMT* = 2, il consumatore avrà convenienza a cedere 2 unità di x_2 in cambio di 1 unità di x_1, che dal punto di vista delle sue preferenze equivale a 3 unità di x_2); per punti a destra di *E* accade il contrario.

Abbiamo visto nel paragrafo *17.2* come, nel caso esistano limitazioni nella ricerca del valore massimo di una funzione, si ricorra alla lagrangiana. È giunto il momento di farne un'applicazione.

Il problema del consumatore, esplicito o solo implicito, è quello di massimizzare la propria funzione di utilità subordinatamente al vincolo di bilancio:

$$\begin{gathered}\text{Max } U = U(x_1, x_2) \\ \text{sub } x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 = I\end{gathered} \qquad [18.11]$$

La lagrangiana (la indicheremo con *L*) è una funzione accessoria che combina le due (il legame può essere dato indifferentemente dal segno + o −) grazie al cosiddetto moltiplicatore di Lagrange λ (*lambda*):

$$L = U(x_1, x_2) - \lambda(x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 - I) \qquad [18.12]$$

Su tale funzione si opera procedendo alla sua massimizzazione, il che significa farne le derivate rispetto alle incognite ed eguagliarle a zero (la condizione del primo ordine è sufficiente se le caratteristiche della funzione di utilità sono note). Le incognite del nostro problema sono le quantità domandate dei due beni x_1 e x_2, cioè le due variabili decisionali, e il moltiplicatore λ introdotto per esigenze di calcolo. Derivando la [12] di volta in volta rispetto a x_1, x_2 e λ (le regole delle derivate parziali sono state illustrate nel paragrafo *17.1*), otteniamo:

$$\frac{\delta L}{\delta x_1} = \frac{\delta U}{\delta x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\delta L}{\delta x_2} = \frac{\delta U}{\delta x_2} - \lambda p_2 = 0 \qquad [18.13]$$

$$\frac{\delta L}{\delta \lambda} = I - x_1 \cdot p_1 - x_2 \cdot p_2 = 0.$$

Il sistema di tre equazioni in tre incognite può essere semplificato in uno, altrettanto determinato, di sole due equazioni in due incognite eliminando λ che non è variabile decisionale. È sufficiente dividere una delle prime due del sistema [13] per l'altra:

$$\frac{\delta U / \delta x_1}{\delta U / \delta x_2} = \frac{p_1}{p_2} \qquad [18.14]$$

$$I - x_1 \cdot p_1 - x_2 \cdot p_2 = 0.$$

Un sistema tipo il [14], come vedremo con gli esercizi, si risolve, facilmente, per sostituzione, consentendoci di determinare le quantità domandate dei due beni da parte del consumatore razionale, dati il reddito a sua disposizione e i prezzi dei beni stessi, fissati sul mercato in base alle condizioni relative di domanda e offerta.

La prima equazione del sistema [14] ribadisce il risultato già raggiunto con l'analisi grafica (si veda l'espressione [10] e la Figura *9* alla quale essa fa riferimento). L'equilibrio del consumatore presuppone l'eguaglianza tra il valore del *SMS* e quello del *SMT* nel consumo.

La condizione di equilibrio può essere posta anche in un altro modo, utile perché ci consente di capire il significato economico del moltiplicatore di Lagrange nelle sue applicazioni alla scelta del consumatore. Partendo dalle prime due equazioni del sistema [13], abbiamo:

$$\left.\begin{aligned}\frac{\delta U/\delta x_1}{p_1} &= \lambda \\ \frac{\delta U/\delta x_2}{p_2} &= \lambda\end{aligned}\right\} \quad \frac{\delta U/\delta x_1}{p_1} = \frac{\delta U/\delta x_2}{p_2} = \lambda \qquad [18.15]$$

Il risultato finale della [15] ci mostra come vi sia, dal punto di vista del consumatore, un rapporto di proporzionalità tra il prezzo che paga per l'acquisto di un bene e la sua utilità marginale, e come in equilibrio le utilità marginali dei diversi beni ponderate per i rispettivi prezzi siano uguali e pari a λ. Quest'ultima grandezza indica l'utilità marginale della spesa o del reddito, cioè dell'ultima lira spesa per l'acquisto di ciascun bene. Una volta raggiunta la posizione di equilibrio, il consumatore trae la stessa soddisfazione spendendo l'unità marginale di reddito per l'acquisto del bene 1 o del bene 2, tenuto conto dei rispettivi prezzi.

Per il momento abbiamo considerato due soli beni, cosa che ci ha consentito di procedere alla rappresentazione grafica. Se i beni presenti nell'economia sono di più, si procede in modo analogo stabilendo i rapporti bilaterali tra tutti loro, fissando uno qualsiasi come unità di misura (nel nostro caso era il bene 2). Un espediente che talora viene usato è quello di considerare sull'asse verticale non il bene 2, ma la spesa per l'acquisto di tutti gli altri beni (con beni eterogenei la grandezza deve essere espressa in valore e, nel caso del consumatore, coincide con la spesa).

L'analisi condotta con riferimento ad un singolo individuo può essere applicata a tutti gli altri individui che compongono l'economia. Ognuno ha proprie preferenze e un reddito diverso a disposizione per la spesa. Poiché però tutti devono eguagliare il proprio *SMS* al *SMT*, cioè al rapporto tra i prezzi e poiché tale rapporto è uguale per tutti, si avrà una concordanza da parte del complesso dei consumatori nell'apprezzamento relativo dei beni (saranno uguali i rapporti tra le utilità marginali per tutti i soggetti).

Abbiamo parlato alla fine del paragrafo *2* delle preferenze espresse da funzioni Cobb-Douglas. Vediamo di definire le scelte ottime per questa funzione di utilità. La lagrangiana si presenta in questo caso nel seguente modo:

$$L = x_1^c x_2^d - \lambda(x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 - I) \qquad [18.16]$$

per cui le condizioni di massimo del primo ordine sono:

$$\left.\begin{aligned}\frac{c \cdot x_1^c \cdot x_2^d}{x_1} &= \lambda p_1 \\ \frac{d \cdot x_1^c \cdot x_2^d}{x_2} &= \lambda p_2\end{aligned}\right\} \quad \frac{c \cdot x_2}{d \cdot x_1} = \frac{p_1}{p_2} \rightarrow x_2 = \frac{d \cdot x_1}{c}\frac{p_1}{p_2} \qquad [18.17]$$

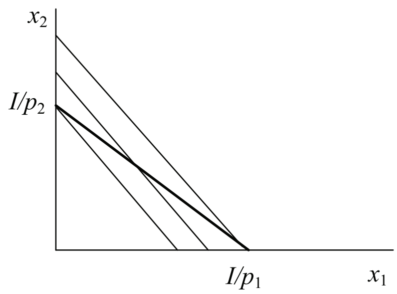
$$I - x_1 \cdot p_1 - x_2 \cdot p_2 = 0 \;\rightarrow\; x_1 = \frac{I}{p_1}\frac{c}{c+d}$$

Subito dopo la graffa troviamo espressa l'eguaglianza tra *SMS* e *SMT* nel caso di funzione di utilità Cobb-Douglas (il risultato conferma quanto già visto con la [6] a proposito della definizione del *SMS* con preferenze Cobb-Douglas). A partire da tale eguaglianza abbiamo ricavato l'incognita x_2; sostituendo tale valore nel vincolo di bilancio, abbiamo ottenuto il valore di x_1; se si ritorna al valore di x_2 e si sostituisce quello di x_1, si ottiene il valore finale del primo $\left(x_2 = \frac{I}{p_2} \frac{d}{c+d} \right)$: è questa la sostanza del metodo di sostituzione. Il significato dei risultati ai quali siamo pervenuti è rilevante: la domanda di ciascuno dei due beni è legata in modo diretto al reddito e in modo inverso al rispettivo prezzo; d'altra parte la spesa per l'acquisto di ciascun bene ($p_1 \cdot x_1$ e $p_2 \cdot x_2$) è una frazione costante del reddito, frazione che è data dall'esponente del bene nella funzione di utilità diviso la somma degli esponenti.

Sempre nel paragrafo *2* abbiamo parlato di altri tipi di preferenze, riferite a beni, rispettivamente, perfetti sostituti e perfetti complementi. Vediamo di definire le scelte ottime anche in questi casi.

Nel primo caso la soluzione è detta d'angolo:

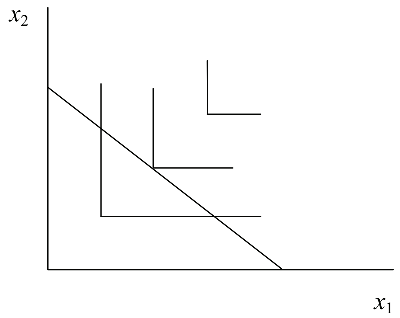
Figura 18.10



nel senso che il consumatore troverà conveniente destinare tutto il suo reddito all'acquisto di uno solo dei due beni (nel grafico di sopra il bene 1) che gli consente di portarsi sulla curva più esterna tra quelle a lui accessibili data la linea di bilancio (quest'ultima è evidenziata in grassetto per distinguerla dalla mappa d'indifferenza): la scelta cadrà sul bene meno caro (nel caso i due beni abbiano lo stesso prezzo, sarà indifferente acquistare l'uno o l'altro).

Se i beni sono perfetti complementi, la soluzione è in corrispondenza del punto di tangenza tra la linea di vincolo e l'angolo della curva d'indifferenza.

Figura 18.11



Una breve riflessione va fatta a conclusione di questo paragrafo sul "duale" del problema di massimo vincolato visto a partire dalla [11]. Abbiamo già usato questo termine nel capitolo *17* ad indicare l'aspetto speculare del problema. Il consumatore mira a minimizzare la spesa subordinatamente ad un livello prefissato di soddisfazione che si prefigge di raggiungere. Possiamo quindi scrivere:

$$\text{Min } S = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 \qquad [18.18]$$
$$\text{sub } \overline{U} = U\,(x_1, x_2).$$

La procedura che si segue non è molto diversa da quella vista a proposito della [11]. Si costruisce la lagrangiana:

$$L = x_1 \cdot p_1 + x_2 \cdot p_2 - \lambda[U(x_1, x_2)] \qquad [18.19]$$

e si ricercano le condizioni di minimo del primo ordine:

$$\left.\begin{array}{l} p_1 = \lambda\ Uma(x_1) \\ p_2 = \lambda\ Uma(x_2) \end{array}\right\} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{Uma(x_1)}{Uma(x_2)} \qquad [18.20]$$
$$\overline{U} = U(x_1, x_2).$$

Anche in questo caso il sistema di tre equazioni in tre incognite viene semplificato, permettendo di determinare le due variabili decisionali x_1 e x_2.

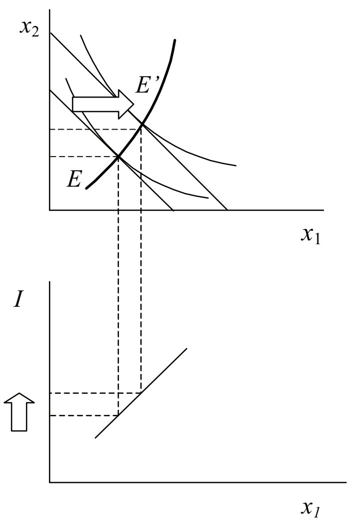
18.5. La funzione di domanda individuale: effetto reddito (nominale) ed effetto prezzi

L'analisi sviluppata nel paragrafo precedente ci ha condotti ad individuare le determinanti della domanda individuale di ciascuno dei due beni: il rispettivo prezzo; il prezzo dell'altro bene (degli altri beni); il reddito; i gusti, così come espressi dalla funzione di utilità (quest'ultimo aspetto lo tralasceremo in quanto variabile metaeconomica).

Verificheremo come ciascuna di queste grandezze si riflette sulla soluzione di equilibrio trattando ogni caso a sé grazie alla clausola del *ceteris paribus*.

Un accrescimento del reddito nominale a disposizione del consumatore produce una traslazione verso destra della linea di vincolo perché aumentano entrambe le intercette, date dallo stesso reddito deflazionato per il prezzo di ciascun bene (come si è visto a proposito del grafico *6*, quella orizzontale è data da I/p_1 e quella verticale da I/p_2).

Figura 18.12



Il consumatore ha così modo di portarsi su una curva di indifferenza più alta. Al nuovo punto di equilibrio E' corrisponde un maggior consumo di entrambi i beni. Verificheremo tra breve che ciò accade per la generalità dei beni (solo se il bene è inferiore si verifica che l'aumento del reddito determina una riduzione nella quantità domandata perché il bene viene sostituito con altri che soddisfano meglio i gusti del consumatore), anche se si nota una diversa dinamica della crescita a seconda che i beni siano di prima necessità o di lusso (per questi ultimi il ritmo di crescita è maggiore).

Se uniamo l'insieme dei punti di equilibrio E, E', …, otteniamo una curva con andamento crescente che designeremo *reddito-consumo* (è quella evidenziata con tratto più marcato): essa mostra come varia la quantità domandata dei due beni in corrispondenza a differenti livelli del reddito nominale.

Nella parte inferiore del grafico viene isolata la relazione esistente tra la quantità del bene 1 ed il reddito nominale: la linea che ne risulta è nota come *curva di Engel*, dal nome dello statistico tedesco che l'ha verificata empiricamente. Dalla sua analisi e da quelle che possiamo compiere anche noi sulla base delle statistiche nazionali risulta che la curva, crescente data la correlazione positiva esistente tra le due grandezze, ha forma diversa a seconda della natura del bene: rispetto all'asse delle ascisse la curva si presenta convessa per i beni di prima necessità, ad indicare ritmi di incremento via via minori; concava per i beni di lusso, che presentano una dinamica più spinta. Questa tendenza rilevata empiricamente è nota come "legge di Engel" e spiega perché un bene, inizialmente di lusso e riservato ad una clientela ricca, tende a diffondersi in maniera molto rapida presso la generalità dei consumatori, grazie anche al ribasso del prezzo connesso all'accrescimento del livello produttivo (gli esempi non mancano: basta pensare ai telefoni cellulari o ai computer).

Verifichiamo ora le conseguenze di variazioni nel prezzo di un bene sulla domanda relativa. Se $p_1 \downarrow$ si ha un effetto sulla linea di vincolo, che ruota, come già evidenziato nella parte di destra del grafico 7, perché aumenta l'intercetta orizzontale (è data da I/p_1) e si riduce la pendenza (pari a p_1/p_2).

Anche in questo caso il consumatore può portarsi su una curva di indifferenza più alta perché è aumentato il suo reddito reale. Se uniamo l'insieme dei punti di equilibrio E, E', …, otteniamo una curva detta *prezzo-consumo* (è quella evidenziata in grassetto): essa mostra come varia la quantità domandata dei due beni in corrispondenza a differenti livelli del prezzo di uno di loro.

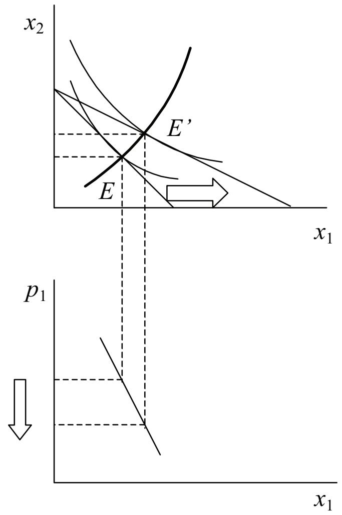
L'andamento di tale curva è crescente, come nel nostro caso, solo se i due beni sono *complementari* (il maggior consumo dell'uno comporta una maggiore domanda anche dell'altro). Altre situazioni possibili sono le seguenti:

– i beni sono *succedanei* (nel senso che l'uno è sostituto dell'altro): la curva *prezzo-consumo* si presenta decrescente perché il maggior consumo del bene 1 diventato meno caro implica una domanda minore rivolta al bene 2;

– i beni sono tra loro *indipendenti*: la curva si presenta parallela all'asse delle ascisse perché cresce la domanda solo del bene 1 il cui prezzo è ribassato;

– il bene 1 è *inferiore*, per cui al diminuire del prezzo (all'aumentare del reddito reale) il consumatore rivolge la sua domanda a beni succedanei di migliore qualità: la

Figura 18.13



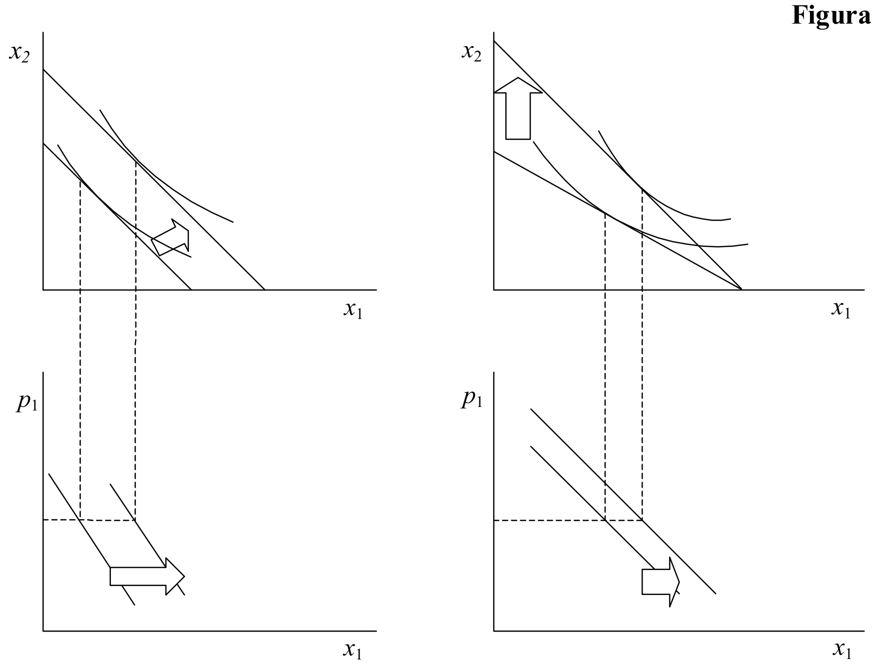
curva è reclinata all'indietro, nel senso che, dopo un tratto iniziale, i punti di equilibrio sono via via alla sinistra del punto di equilibrio immediatamente precedente.

Nella parte inferiore del grafico viene isolata la relazione esistente tra la quantità del bene 1 ed il rispettivo prezzo: la linea che ne risulta è nota come *curva di domanda*, più in particolare è la curva individuale, del singolo consumatore, a partire dalla quale, per aggregazione, si ottiene la curva di domanda di mercato. L'andamento della curva di domanda è decrescente data la correlazione negativa esistente tra le due grandezze. L'eccezione, come vedremo più avanti, è rappresentata da un particolare tipo di bene inferiore, i beni di Giffen, che mostrano addirittura un legame diretto tra prezzo e quantità domandata.

Tra le determinanti della domanda individuale abbiamo indicato, oltre al reddito e al prezzo del bene stesso, il prezzo dell'altro bene. Nel discorso che abbiamo appena fatto a proposito della curva *prezzo-consumo* è implicita la definizione del legame funzionale esistente tra le variazioni del prezzo di un bene e le conseguenze sulla domanda dell'altro. È quindi sufficiente ricordare che se $p_2 \downarrow$ si ha un effetto sulla linea di vincolo, che ruota perché aumentano sia l'intercetta verticale (data da I/p_2) sia la pendenza (pari a p_1/p_2). Gli effetti sulla domanda del bene 1 dipendono dal tipo di beni presi in considerazione (complementari, succedanei, indipendenti).

Data la curva di domanda, ma tenendo presente il grafico relativo all'equilibrio del consumatore è facile capire le conseguenze di variazioni nel reddito nominale o nel prezzo dell'altro bene, a parità di p_1, sulla quantità richiesta del bene 1.

Figura 18.14



Lo spostamento della linea di domanda verso destra è la conseguenza: nella parte sinistra del grafico di $I \uparrow$; nella parte destra di $p_2 \downarrow$, con la precisazione che i due beni sono complementari (se fossero stati succedanei x_1 sarebbe diminuito, mentre se fossero stati indipendenti x_1 non sarebbe variato affatto; tutto ciò si sarebbe riflesso nella posizione relativa delle due posizioni di equilibrio).

18.6. I coefficienti di elasticità della domanda

Vi è un metodo, mutuato dalla fisica e che Marshall per primo ha applicato in economia, che consente di misurare la sensibilità con cui la variabile dipendente reagisce a mutamenti in una delle sue determinanti: esso consiste nel calcolo del cosiddetto *coefficiente di elasticità*.

Nel caso specifico possiamo calcolare tre tipi di elasticità della domanda: al prezzo, al reddito, al prezzo di un altro bene (detta elasticità "incrociata"). Applicando la clausola del *ceteris paribus*, si fa variare di volta in volta p_1, I e p_2 e si registrano le variazioni in x_1.

Vediamo innanzitutto l'*elasticità della domanda al prezzo*. Supponiamo una variazione percentuale del prezzo. Sappiamo che ad essa è associata una variazione nella domanda del bene 1 che è di segno opposto (nel senso che se $p_1 \downarrow$, $x_1 \uparrow$) data la legge della domanda. Tale variazione può risultare esattamente proporzionale, meno che proporzionale, o più che proporzionale. È in questo che consiste la misura di elasticità (per indicarla useremo la lettera greca *epsilon* ε), che sarà, rispettivamente, pari a 1 (parleremo di domanda con elasticità unitaria), < 1 (domanda anelastica o rigida), > 1 (domanda elastica; si verifica per i beni per i quali esistono dei succedanei, cioè dei sostituti stretti).

In simboli scriveremo:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta x_1}{x_1} : \frac{\Delta p_1}{p_1} \qquad [18.21]$$

dove il segno − serve per rendere positivo un valore di per sé negativo data la correlazione negativa esistente tra prezzo e quantità domandata (l'elasticità va dunque presa in valore assoluto).

L'elasticità è perciò ottenuta dividendo due rapporti incrementali. Il problema che si pone quando, come per il momento supponiamo, si ha a che fare con variazioni percentuali finite è che, a seconda che si scelgano come base i valori di prezzo e quantità iniziali (alla data t_0) o finali (al tempo t_1), il risultato cambia anche in modo marcato. Per ovviare a questo inconveniente si rapportano le due variazioni alle rispettive medie tra valori iniziali e finali di prezzo e quantità, ottenendo la cosiddetta elasticità "arcuale", riferita ad un intervallo della curva di domanda (distinta da quella "puntuale", riferita a punti della curva). Le diverse procedure di calcolo vengono di seguito proposte con riferimento ad un esempio numerico:

Tempo	p_1	x_1	**Elasticità puntuale**		**Elasticità d'arco**
			Base t_0	**Base t_1**	
t_0	10	100	$\varepsilon=\frac{30}{100}:\frac{4}{10}=0{,}75<1$	$\varepsilon=\frac{30}{70}:\frac{4}{14}=1{,}5>1$	$\varepsilon=\frac{30}{\frac{100+70}{2}}:\frac{4}{\frac{10+14}{2}}=1{,}06$
t_1	14	70			

A seconda della data presa a riferimento risulta che la domanda da rigida diventa elastica. Il problema deriva dal fatto che le variazioni di prezzo e quantità non sono piccole (rispettivamente + 40% e −30%), sicché è difficile parlare di elasticità "puntuale". È per questo che la misura corretta dell'elasticità è data da:

$$|\varepsilon| = \lim_{\Delta p_1 \to 0} \frac{\Delta x_1}{x_1} : \frac{\Delta p_1}{p_1} = \frac{\delta x_1}{x_1} : \frac{\delta p_1}{p_1} \quad \to \quad \varepsilon = -\frac{\delta x_1}{\delta p_1} \cdot \frac{p_1}{x_1} \qquad [18.22]$$

ossia considerando variazioni del prezzo infinitamente piccole. L'espressione finale è ottenuta facendo la moltiplicazione anziché la divisione, ovviamente dell'inverso del divisore, e riarrangiando i termini.

Anche in questo caso i valori che può assumere il coefficiente sono:

- $\varepsilon = 1$;
- $\varepsilon < 1 \rightarrow$ *Valore estremo*: $\varepsilon = 0$ (domanda perfettamente o totalmente rigida);
- $\varepsilon > 1 \rightarrow$ *Valore estremo*: $\varepsilon = \infty$ (domanda infinitamente elastica).

I due valori limite si riscontrano, in ambito macroeconomico, nel caso della funzione dell'investimento, rispetto al tasso d'interesse, e a proposito della domanda di moneta a scopo speculativo, sempre rispetto al tasso d'interesse. Le relative elasticità sono: per gli autori neoclassici pari, rispettivamente, a infinito (investimenti infinitamente elastici al tasso d'interesse) e zero (si veda la domanda di moneta per gli economisti quantitativisti di Cambridge); per Keynes, all'opposto, tendenti a zero (gli investimenti in relazione solo al valore dell'efficienza marginale del capitale) e ad infinito (la trappola della liquidità).

Considerando la [22] nella sua formulazione finale, notiamo che il valore dell'elasticità dipende dalla derivata della funzione di domanda rispetto al prezzo ($\delta x_1/\delta p_1$) e dall'inverso della media della funzione (p_1/x_1). Il primo è espresso dall'inclinazione della curva di domanda, il secondo dal punto che si considera lungo la curva stessa.

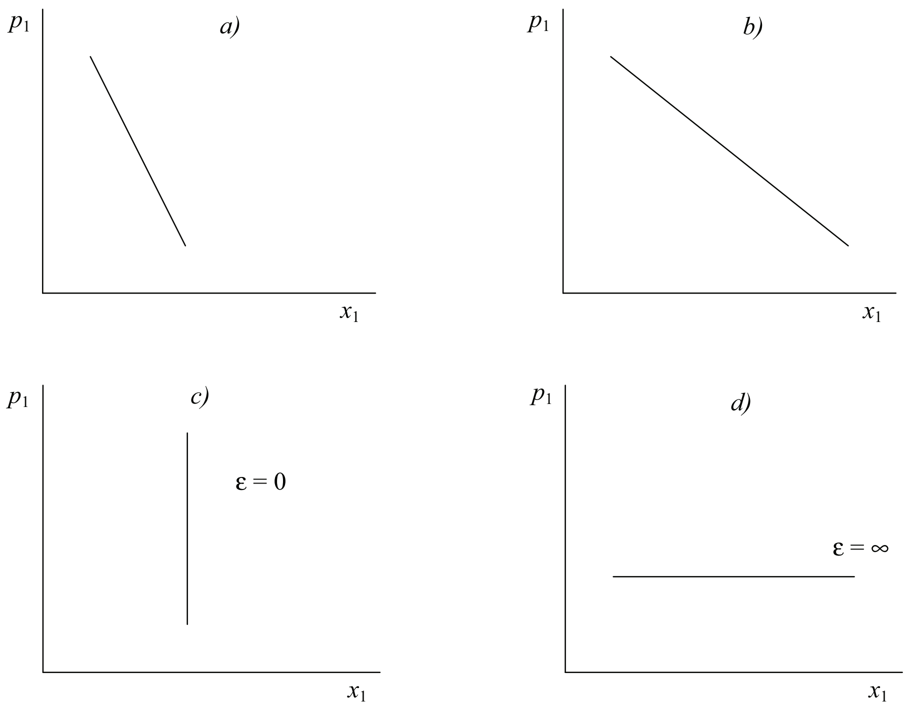
Consideriamo innanzitutto il primo aspetto. Date due curve di domanda lineari, (si veda la Figura *15*) in base alla diversa inclinazione che presentano siamo in grado di riconoscere quella più elastica.

Per quanto riguarda le prime due, la *a*) è meno elastica della *b*). La *c*) e la *d*) presentano i casi limite: $\varepsilon = 0$ (qualunque sia il livello del prezzo, la domanda è sempre la stessa) e $\varepsilon = \infty$ (esiste soltanto un livello del prezzo al quale il consumatore acquisterà il bene; anche se il prezzo subisce un incremento minimo la domanda è nulla; qualora il prezzo ribassasse la domanda aumenterebbe senza limite).

Il caso dell'elasticità unitaria è interessante perché ci consente di introdurre il discorso sul legame esistente tra valore dell'elasticità al prezzo e le variazioni nella spesa rivolta all'acquisto di un determinato bene, a seguito di variazioni nel suo prezzo. La spesa è data dal prodotto tra prezzo e quantità. Al variare del primo varia, in senso inverso, la seconda: l'effetto sul loro prodotto è in relazione appunto al valore dell'elasticità. Vediamo le situazioni che possono presentarsi:

Valore dell'elasticità	p_1	x_1	$p_1 \cdot x_1$
$\varepsilon = 1$	↑ (↓)	↓ (↑) in modo proporzionale	costante
$\varepsilon < 1$	↑ (↓)	↓ (↑) in modo meno che proporzionale	↑ (↓)
$\varepsilon > 1$	↑ (↓)	↓ (↑) in modo più che proporzionale	↓ (↑)

Figura 18.15



La proprietà, vista a proposito dell'elasticità unitaria, di costanza della spesa comporta che una curva di domanda con elasticità sempre unitaria è rappresentata da una iperbole equilatera, data la caratteristica di quest'ultima che il prodotto tra valore in ascissa e valore in ordinata è identico lungo tutta la curva.

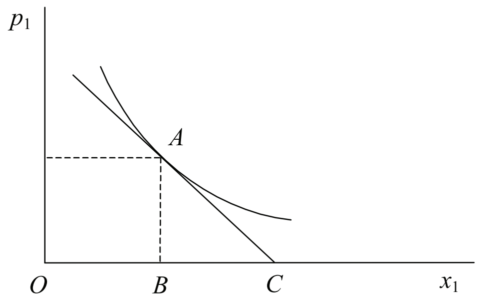
Dal momento che la spesa del consumatore è il ricavo per l'impresa, la conoscenza dei valori di elasticità della domanda nei loro riflessi sulla spesa di consumo è molto importante per l'impresa che ha un potere di fissazione del prezzo e che deve decidere la propria politica di prezzo: ovviamente non è il caso dell'impresa che opera in un mercato di concorrenza perfetta.

Sia pur incidentalmente è opportuno accennare ad un'altra applicazione del discorso precedente, in ambito, però, macroeconomico. Modifiche nel tasso di cambio nominale con un deprezzamento/svalutazione della moneta nazionale producono un rialzo del prezzo delle merci importate espresso nella stessa unità monetaria. Se le merci importate sono a domanda rigida, ne consegue un accrescimento del loro valore espresso nella moneta nazionale.

Abbiamo visto prima come il valore dell'elasticità dipenda, oltre che dalla derivata della funzione ($\delta x_1/\delta p_1$), dall'inverso della media della funzione stessa (p_1/x_1), essendo il primo espresso dall'inclinazione della curva di domanda, il secondo dal punto che si considera lungo la curva stessa. È giunto il momento di considerare entrambi gli aspetti e di pervenire ad un metodo di calcolo grafico estremamente utile e semplice.

Consideriamo il punto A lungo una curva di domanda. Tracciamo la tangente della funzione in quel punto e, sempre da quel punto, la perpendicolare sull'asse delle ascisse. In tal modo otteniamo i punti B e C.

Figura 18.16



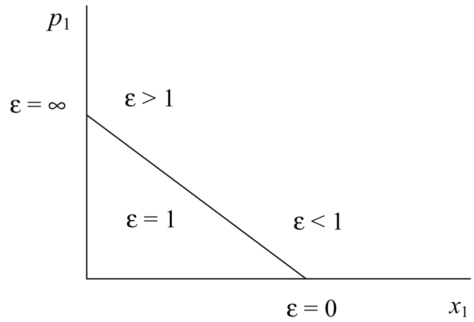
In corrispondenza del punto A, la derivata è misurata dall'inclinazione della tangente (BC/AB), mentre l'inverso della media è dato dal rapporto tra valore del prezzo AB e valore della quantità OB. Possiamo pertanto scrivere:

$$\varepsilon = \frac{BC}{AB} \cdot \frac{AB}{OB} = \frac{BC}{OB}. \qquad [18.23]$$

L'elasticità in un punto della curva di domanda è dunque pari al rapporto tra i due segmenti ottenuti sull'asse delle ascisse tracciando da quel punto la tangente e la perpendicolare. Se i due segmenti sono, come nel nostro caso, uguali $\varepsilon = 1$; se il punto A fosse stato più in basso lungo la curva avremmo avuto $BC < OB$, per cui $\varepsilon < 1$; viceversa $\varepsilon > 1$ con A spostato più in alto.

Il discorso si applica anche se la curva di domanda è lineare: in questo caso la derivata è costante, ma muovendosi verso destra e il basso, il valore del rapporto p_1/x_1 si riduce, sicché l'elasticità assume via via tutti i valori compresi tra i due estremi ∞ (quando, applicando la tecnica vista in precedenza abbiamo $BC/0$) e 0 (allorché si ha $0/OB$).

Figura 18.17



Supponiamo ora costante, oltre a p_2 anche p_1, e facciamo variare il reddito del consumatore *I*. Le variazioni che registriamo nella quantità domandata del bene 1 sono condizionate dal valore della sua *elasticità al reddito* (la indicheremo con ε_I). Essa è data da:

$$\varepsilon_I = \frac{\delta x_1}{x_1} : \frac{\delta I}{I} = \frac{\delta x_1}{\delta I} \cdot \frac{I}{x_1}. \qquad [18.24]$$

Si noti come la derivata della funzione di domanda rispetto al reddito non sia altro che la propensione marginale al consumo riferito al bene 1 e al reddito individuale del consumatore, mentre il rapporto I/x_1 è l'inverso della propensione media al consumo del bene in oggetto.

Il valore del coefficiente di elasticità della domanda al reddito ha valore positivo per la generalità dei beni, anche se, come si è visto a proposito della curva reddito-consumo e della curva di Engel, diverso a seconda che il bene sia di prima necessità o di lusso.

L'ultimo coefficiente della domanda da calcolare è quello riferito a variazioni nel prezzo del bene 2, fermi rimanendo p_1 e *I*: è la cosiddetta *elasticità incrociata* (la indicheremo con $\varepsilon_{1,2}$). Essa è data da:

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\delta x_1}{x_1} : \frac{\delta p_2}{p_2} = \frac{\delta x_1}{\delta p_2} \cdot \frac{p_2}{x_1}. \qquad [18.25]$$

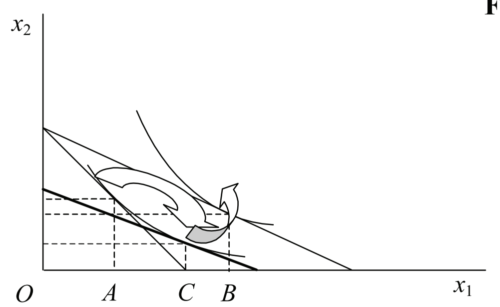
In questo caso, oltre al valore assoluto, interessa il segno del coefficiente che designa se i beni sono succedanei, complementari o indipendenti. Nel primo caso, a seguito, poniamo, di un rialzo in p_2 segue un aumento in x_1 (il rincaro del prezzo del bene 2 sposta la domanda del consumatore sul bene 1), per cui $\varepsilon_{1,2} > 0$. Nel secondo caso se $p_2 \uparrow$, $x_1 \downarrow$ perché altrettanto fa x_2: pertanto $\varepsilon_{1,2} < 0$. Nel terzo caso manca ogni legame tra p_2 e x_1 per cui $\varepsilon_{1,2} = 0$. La questione era stata già posta a proposito della curva *prezzo-consumo*.

18.7. Scomposizione dell'effetto prezzi: effetto reddito (reale) ed effetto sostituzione

Per ricavare la curva *prezzo-consumo*, nel paragrafo *5* abbiamo supposto variazioni nel prezzo del bene 1 e verificato le conseguenze sulla quantità domandata dei due beni. Riprendiamo quel tipo di analisi per vedere come la variazione nella quantità domandata del bene 1 possa essere attribuita a due cause distinte: la sostituzione tra i due beni a seguito del ribasso nel prezzo di uno di loro (si parla per questo di *effetto sostituzione*); l'aumento del reddito *reale* del consumatore, cioè di I/p_1 (il cosiddetto *effetto reddito*). L'effetto combinato dei due è detto *effetto prezzi*.

I metodi di scomposizione dell'effetto prezzi sono due, dovuti, rispettivamente, a Hicks e a Slutsky. Vediamo il primo.

Figura 18.18



Supponiamo una riduzione di p_1: ricorderemo che ciò comporta una rotazione della linea di vincolo che consente al consumatore di portarsi su una curva di indifferenza più alta; ne segue un aumento di x_1 da OA a OB. Il segmento AB individua l'effetto prezzi complessivo. Per scomporlo tracciamo una linea di vincolo ipotetica (nel grafico segnata in grassetto) che presenta queste caratteristiche: ha lo stesso angolo, pari, ricordiamo, a p_1/p_2, della nuova linea di vincolo (le due linee sono parallele), ma è tangente alla curva di indifferenza iniziale per cui individua lo stesso livello di benessere individuale.

Nel passaggio, lungo la curva d'indifferenza iniziale, dal punto di equilibrio iniziale a quello che chiameremo teorico perché riferito alla linea di vincolo sopra designata ipotetica, si registra un aumento in x_1 pari al segmento AC e una riduzione contestuale in x_2. È per questo che si parla di effetto sostituzione, attribuibile in senso proprio alla modifica nel prezzo relativo p_1/p_2.

L'azione dell'effetto reddito (riferito, ribadiamo, ad una modifica del reddito reale I/p_1) si estrinseca invece nel passaggio da tale punto teorico al punto di equilibrio finale: dunque nello spostamento sulla curva d'indifferenza finale. Esso comporta un aumento sia in x_1 sia in x_2; in particolare la prima variazione è pari al segmento *CB*.

L'effetto sostituzione è sempre negativo, nel senso che evidenzia una correlazione negativa tra p_1 e x_1 (le curve di indifferenza, del resto, presentano un *SMS* decrescente):

$$p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \uparrow (x_2 \downarrow).$$

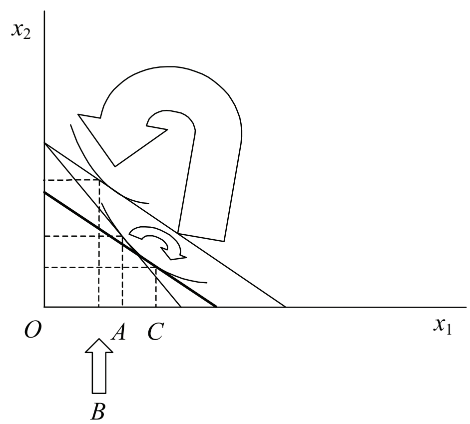
L'effetto reddito generalmente è negativo dato il legame inverso tra p_1 e x_1, che passa tramite la variazione in I/p_1:

$$p_1 \downarrow \Rightarrow \frac{I}{p_1} \uparrow \Rightarrow x_1 \uparrow (x_2 \uparrow).$$

Quanto detto a proposito dell'effetto reddito non si verifica per i beni inferiori. La domanda di tali beni mostra una dipendenza negativa rispetto al reddito (si dice però che l'effetto reddito è positivo dato il legame diretto che viene a prodursi tra p_1 e x_1, nel senso che $p_1 \downarrow \Rightarrow I/p_1 \uparrow \Rightarrow x_1 \downarrow$).

Per una particolare categoria di beni inferiori, detti *beni di Giffen*, l'effetto reddito prevale, in valore assoluto, su quello sostituzione. L'effetto combinato è che al diminuire del prezzo la quantità domandata si riduce, tant'è che la curva di domanda è inclinata positivamente.

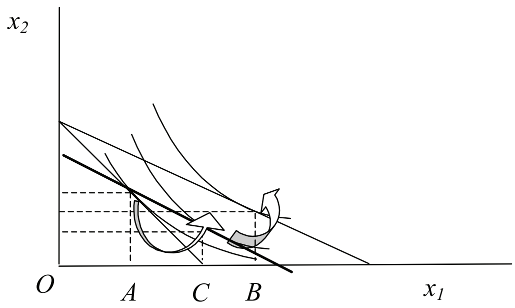
Figura 18.19



L'effetto sostituzione *AC* produce lo stesso movimento del caso precedente; viceversa l'effetto reddito *CB* è in direzione opposta. La prevalenza, in valore assoluto, dell'effetto reddito su quello sostituzione determina un legame diretto tra prezzo e quantità ($p_1 \downarrow \Rightarrow x_1 \downarrow$).

Il metodo di Slutsky di scomposizione dell'effetto prezzi presuppone che nel tracciare la linea di vincolo teorica, con lo stesso angolo (pari a p_1/p_2) della nuova linea di vincolo (le due linee sono parallele), la si faccia passare per il punto di equilibrio iniziale. In tal modo il consumatore ha la possibilità di acquistare con il nuovo prezzo relativo lo stesso paniere di beni di partenza.

Figura 18.20



La soluzione così individuata non è ottimale: data la linea di vincolo teorica il consumatore può posizionarsi su una curva di indifferenza più alta (è quella intermedia evidenziata in grassetto) accrescendo il proprio benessere. In questo caso anche l'effetto sostituzione, pari a AC, comporta uno spostamento da una curva di indifferenza (quella iniziale) ad un'altra (quella intermedia): esso è determinato comunque, come già in Hicks, dalla rotazione della linea di vincolo. L'effetto reddito CB è dovuto invece alla traslazione parallela della linea di vincolo.

Le applicazioni più interessanti dei due concetti di effetto reddito ed effetto sostituzione si trovano, più che nell'analisi del consumatore finora condotta, in altra sede. Vi accenniamo subito rinviando alle parti relative per un esame puntuale. Quando analizzeremo le scelte del lavoratore circa la distribuzione del tempo a disposizione tra ore di lavoro (offerta di lavoro) e ore di tempo libero (domanda di tempo libero) verificheremo le conseguenze di aumenti nel salario che per un verso inducono a lavorare di più, ma per un altro possono spingere il soggetto, diventato più ricco, a preferire il tempo libero. Nella stessa sede si pone pure il problema di individuare le conseguenze, in termini di incentivo/disincentivo, di variazioni delle imposte dirette sulle ore di lavoro individuali.

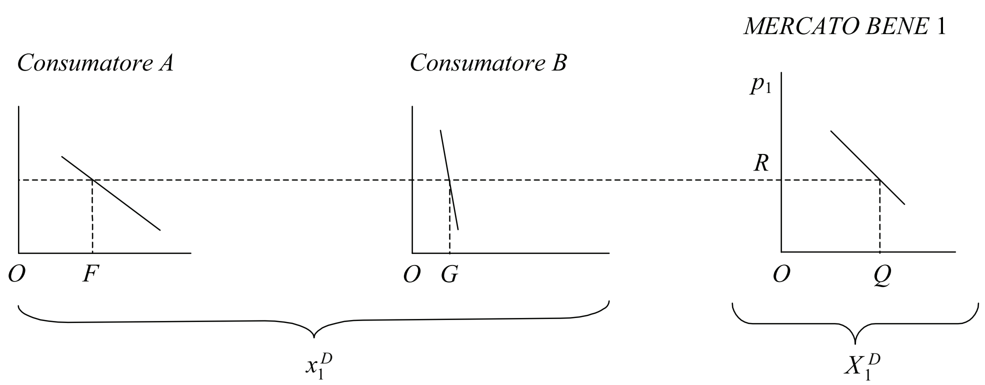
Il soggetto che sceglie come impiegare il proprio reddito può essere indotto da un aumento del tasso d'interesse a risparmiare di più; lo stesso aumento, però, accresce il reddito a sua disposizione e può indurlo a consumare di più.

Lo stesso aumento del tasso d'interesse influenza le scelte dell'investitore circa la composizione del proprio portafoglio tra attività finanziarie diverse (moneta e titoli), perché da una parte lo induce a domandare di più l'attività fruttifera di interessi (i titoli), ma dall'altro può stimolare una maggiore domanda di moneta dato l'accrescimento del reddito a disposizione.

18.8. Dalle domande individuali alla domanda di mercato

Note le curve di domanda individuali per un determinato bene, sommandole orizzontalmente si ottiene la curva di domanda di mercato.

Figura 18.21



Al livello *OR* del prezzo il consumatore *A*, in base alle proprie preferenze e al reddito a disposizione, domanda la quantità *OF* del bene 1, mentre la quantità del bene acquistata dal consumatore *B* è pari a *OG*. La quantità *OQ* sulla curva di mercato è data dalla loro somma (per ipotesi i soggetti presenti nell'economia dal lato della domanda sono solo due). In maniera analoga si definiscono gli altri punti della curva di domanda di mercato.

Le caratteristiche di quest'ultima sono quelle già viste in precedenza: in particolare per quanto riguarda i legami tra la quantità domandata del bene e le sue determinanti, espressi dai coefficienti di elasticità.

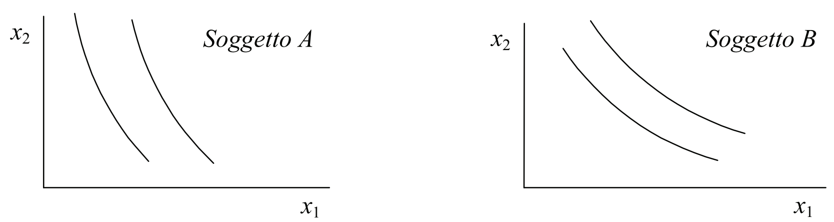
A questo punto una prima parte del compito che ci eravamo prefissi nel paragrafo

4.6 è stata assolta. Dopo aver *microfondato* la curva di domanda, ossia averla ricavata da un'analisi del comportamento del consumatore, si tratta di fare altrettanto con la curva di offerta. È quanto vedremo nel prossimo capitolo dove ci occuperemo del comportamento dell'impresa.

Esercizi Capitolo 18

Esercizio 18.1.

Le curve di indifferenza di due consumatori presentano differenti inclinazioni.



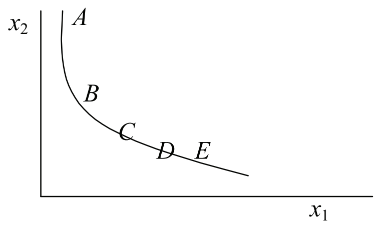
Quali sono le implicazioni?

Esercizio 18.2.

In equilibrio il consumatore domanda 15 unità del *bene 1* e 10 del *bene 2* con una spesa totale di 975. Sempre in equilibrio il saggio marginale di sostituzione del *bene 2* rispetto al *bene 1* è pari a 1,5. Determinare la spesa per l'acquisto di ciascuno dei due beni.

Esercizio 18.3.

Con riferimento alla seguente curva di indifferenza:



calcolare il valore del saggio marginale di sostituzione nel passaggio:

i) da *A* (coordinate sull'asse orizzontale 1; sull'asse verticale 16) a *B* (coordinate sull'asse orizzontale 2; sull'asse verticale 10);
ii) da *B* a *C* (coordinate sull'asse orizzontale 3; sull'asse verticale 6);
iii) da *C* a *D* (coordinate sull'asse orizzontale 4; sull'asse verticale 4);
iv) da *D* a *E* (coordinate sull'asse orizzontale 5; sull'asse verticale 3).

Esercizio 18.4.

In equilibrio un consumatore acquista, ai prezzi $p_1 = 20$ e $p_2 = 40$, le seguenti quantità dei due beni: $x_1 = 80$ e $x_2 = 100$.
Si supponga che un aumento di p_1 a 30 faccia sì che x_1 diminuisca a 60.
Calcolare:

a) la quantità acquistata del secondo bene nella nuova situazione;
b) il valore del *SMS* nella situazione iniziale;
c) il valore del *SMS* nella nuova situazione.

Esercizio 18.5.

Siano noti:

i) l'utilità marginale di due beni *A* e *B*: $Uma_A = 2$; $Uma_B = 4$
ii) i rispettivi prezzi: $p_A = 30$; $p_B = 80$.

Se il consumatore ha disponibili 1000 lire in più da spendere, quale dei due beni acquisterà e in che quantità?

Esercizio 18.6.

Il consumatore ottiene la stessa soddisfazione da beni perfetti sostituti disponibili nelle seguenti quantità:

Unità del bene 1	*oppure*	*Unità del bene 2*
10		5
20		10
30		15
40		20

Il suo reddito è pari a 1000.

Dopo aver tracciato la mappa di curve di indifferenza riferite ai quattro casi prospettati, individuare le scelte di consumo in corrispondenza di: $p_1 = 100$; $p_2 = 100$.

Esercizio 18.7.

I beni A e B sono perfetti sostituti. Le curve di indifferenza hanno inclinazione pari, in valore assoluto, a 2. Il reddito del consumatore è 6000, i prezzi dei due beni sono: $p_A = 18$, $p_B = 6$. Calcolare la quantità acquistata dei due beni e costruire il grafico.

Esercizio 18.8.

La funzione di utilità di un consumatore è: $U = x^{0,5}\, y^{0,5}$. I prezzi dei beni sono: $p_x = 3$; $p_y = 15$. Il reddito del consumatore è $I = 1200$. Determinare x e y.

Esercizio 18.9.

Con riferimento ai dati dell'esercizio precedente, calcolare l'utilità marginale della spesa (del reddito) in equilibrio e la quota del reddito spesa per l'acquisto dell'uno e dell'altro bene.

Esercizio 18.10.

Siano noti i seguenti dati relativi ad un consumatore:

$$SMS = {}^{y}\!/_{x} \quad p_x = 20 \quad p_y = 40 \quad I = 5000.$$

Ricavare: la quantità acquistata dei due beni; la percentuale del reddito spesa per l'acquisto di ciascuno di loro.

Esercizio 18.11.

Con riferimento ai dati dell'esercizio precedente, supponiamo che per il bene x l'elasticità della domanda al reddito sia costante e pari a 2.

Calcolare la quantità acquistata del bene stesso in corrispondenza di un livello del reddito pari a 5500.

Esercizio 18.12.

Siano noti i valori del *SMS* (= 3) e del *SMT* (= 2). Quale scelta compirà il consumatore?

Esercizio 18.13.

Supponiamo che il *SMS* nel consumo sia pari a 0,5.

a) Sapendo che il prezzo del bene 2 è uguale a 100, determinare il prezzo del bene 1 in corrispondenza della posizione di equilibrio.

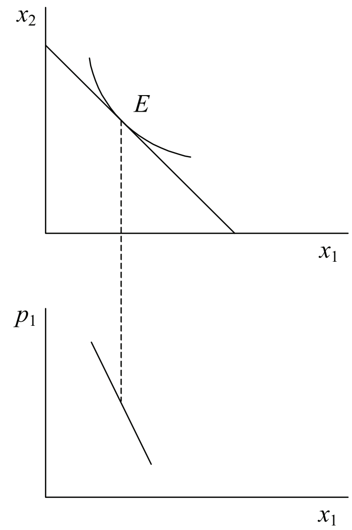
b) Indicare quante unità del bene 2 il consumatore sarà disposto a cedere per ottenere 4 unità dell'altro bene.

Esercizio 18.14.

Siano noti l'utilità marginale del bene *A*, pari a 2, e l'utilità marginale del bene *B*, pari a 1. Supponiamo che il consumatore desideri aumentare il consumo del primo bene di 1 unità. Determinare la variazione nel consumo dell'altro bene che consente di ottenere un incremento dell'utilità totale di 3.

Esercizio 18.15.

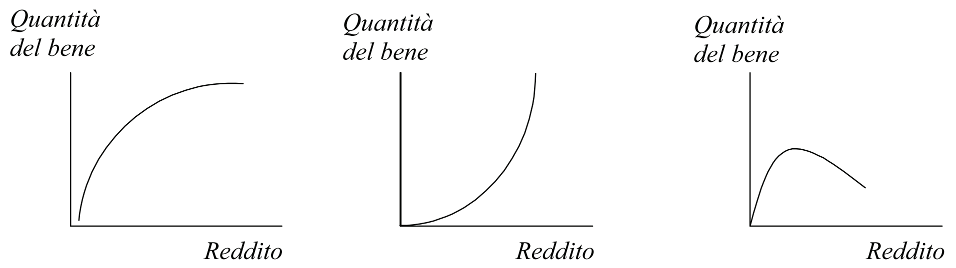
I seguenti due grafici rappresentano l'equilibrio iniziale per il consumatore.



a) Spiegare il significato delle curve;
b) Indicare la condizione che si realizza nel punto *E*;
c) Mostrare l'effetto di un aumento del reddito nominale a disposizione del consumatore.

Esercizio 18.16.

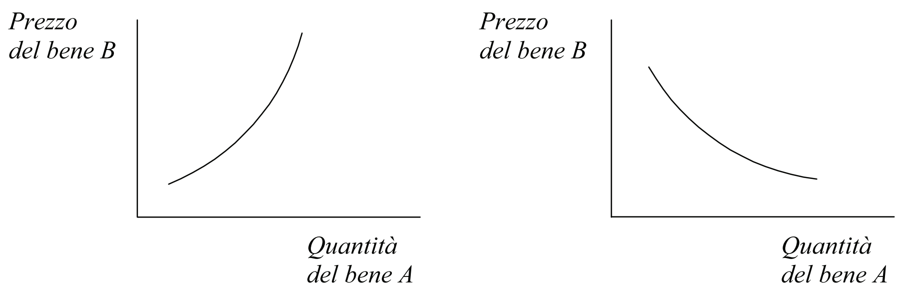
Le seguenti curve rappresentano la relazione intercorrente tra la domanda di un bene e il reddito del consumatore (si faccia attenzione alla disposizione delle grandezze sugli assi).



Indicare la natura dei beni nei tre casi.

Esercizio 18.17.

Le seguenti curve rappresentano la relazione intercorrente tra la domanda di un bene e il prezzo di un altro bene:



Indicare la natura dei beni.

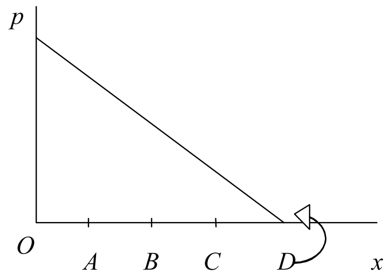
Esercizio 18.18.

Con riferimento all'equilibrio del consumatore mostrare le conseguenze di:

a) il reddito raddoppia;
b) p_1 raddoppia, mentre p_2 si dimezza;
c) il reddito aumenta della metà, mentre sia p_1 sia p_2 si dimezzano.

Esercizio 18.19.

Data la seguente curva di domanda lineare



calcolare il valore dell'elasticità puntuale al prezzo in corrispondenza di A (= 2), B (= 4), C (= 6), D (= 8).

Esercizio 18.20.

Siano noti due livelli del prezzo del bene e i corrispondenti valori della spesa:

Tempo 0	p = 2000	Spesa = 20000
Tempo 1	p = 1800	Spesa = 21600

Calcolare l'elasticità arcuale della domanda al prezzo.

Esercizio 18.21.

Data la seguente funzione di domanda: $x = 1000 - 10\ p$, calcolare il valore dell'elasticità puntuale in corrispondenza dei seguenti valori del prezzo: 45, 50 e 55.

Cosa accade se il prezzo assume i seguenti valori estremi: 100 e 0?

Esercizio 18.22.

L'equazione di domanda è data dalla seguente espressione: $x = \frac{4}{p}$. È corretto affermare che tale domanda è caratterizzata da un valore di elasticità pari a uno, qualunque sia il punto della curva che noi consideriamo?

Esercizio 18.23.

Siano note le funzioni *inverse* di domanda e di offerta:

$$p = 20 - 2x$$
$$p = 12 + 0{,}5x.$$

Calcolare il valore dell'elasticità della domanda al prezzo in corrispondenza dell'equilibrio.

Esercizio 18.24.

La domanda di un bene è pari a 120. Sapendo che l'elasticità della domanda al reddito è pari a 2, calcolare il livello della domanda a seguito di un incremento del reddito del 10 per cento. Mostrare graficamente la situazione.

Esercizio 18.25.

I valori della propensione media e marginale al consumo riferita ad un bene specifico sono, rispettivamente, 0,7 e 0,6. Calcolare il valore dell'elasticità della domanda al reddito.

Esercizio 18.26.

Siano due i beni presenti nell'economia: il bene 1 e il bene 2. La funzione di domanda del consumatore per il bene 1 è:

$$x_1 = 100 - 20\,p_1 + 5\,p_2.$$

a) Qual è la natura dei beni?
b) Cosa succede alla curva di domanda del bene 1 allorché p_2 diminuisce?

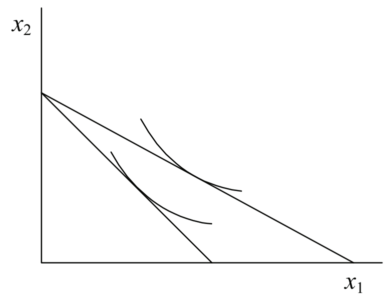
Esercizio 18.27.

Con riferimento ai dati dell'esercizio precedente, calcolare l'elasticità incrociata per i seguenti valori dei prezzi:

Tempo 0	$p_1 = 6$	$p_2 = 8{,}2$
Tempo 1	$p_1 = 6$	$p_2 = 8$

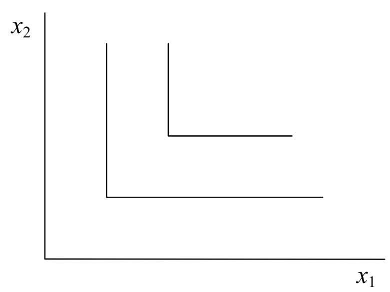
Esercizio 18.28.

Nella figura è riportato l'effetto di un aumento del prezzo del bene 1 sull'equilibrio di un consumatore. Individuare l'effetto reddito (*ER*), l'effetto sostituzione (*ES*) e l'effetto prezzi complessivo (*EP*).



Esercizio 18.29.

Le curve di indifferenza di un consumatore hanno la seguente forma:



Supponiamo che si riduca il prezzo del bene 1. Determinare quanta parte della conseguente variazione del consumo dello stesso bene è dovuta all'effetto sostituzione (*ES*) e quanta all'effetto reddito (*ER*).

Esercizio 18.30.

Supponiamo che la curva di indifferenza sia lineare e che coincida con il vincolo di bilancio. Qual è la posizione di equilibrio in questo caso particolare?

Esercizio 18.31.

Supponiamo che il bene 1 sia un bene di Giffen. Mostrare l'effetto di una diminuzione del suo prezzo e disegnare la curva prezzo-consumo.

Soluzioni Capitolo 18

Soluzione 18.1.

Per un dato paniere il *SMS*, dato da $\left|\frac{dx_2}{dx_1}\right| = \frac{\delta U/\delta x_1}{\delta U/\delta x_2}$, è maggiore per il soggetto *A*, che è pertanto disposto a rinunciare ad una quantità maggiore del bene 2 per ottenere una unità in più del bene 1. Ciò dimostra che il consumatore *A* apprezza il bene 1 relativamente di più dell'altro consumatore.

Soluzione 18.2.

Per determinare la spesa si devono ricavare i prezzi dei due beni.
Per questo si parte dal vincolo di bilancio:

$$15 \cdot p_1 + 10 \cdot p_2 = 975 \quad \Rightarrow \quad 15 \cdot \frac{p_1}{p_2} + 10 = \frac{975}{p_2}$$

e dall'eguaglianza, in equilibrio, tra *SMS* e *SMT*: $1{,}5 = \frac{p_1}{p_2}$.

Sostituendo nel vincolo 1,5 al posto del prezzo relativo, si determina $p_2 = 30$. Noto quest'ultimo si ottiene, sempre dal vincolo o, indifferentemente, dall'eguaglianza tra *SMS* e *SMT*, $p_1 = 45$.

A questo punto è immediato il calcolo del valore della spesa:

$$p_1 \cdot x_1 = 675 \quad p_2 \cdot x_2 = 300.$$

Soluzione 18.3.

Il *SMS*, dato da $\left|\frac{dx_2}{dx_1}\right|$, indica a quante unità del bene 2 il consumatore è disposto a rinunciare per ottenere unità in più del bene 1 (l'incremento è in questo caso unitario). Nel passaggio da *A* a *B* egli rinuncia a 6 unità del bene 2 in cambio di 1 unità del bene 1: 6 è pertanto il primo valore. Con la stessa procedura si ottengono gli altri dati che sono: 4, 2, 1.

Soluzione 18.4.

Per rispondere alla domanda *a.* bisogna impostare il vincolo di bilancio nella situazione iniziale: $20 \cdot 80 + 40 \cdot 100 = 5.600$. La variazione prospettata in p_1 e x_1 lo modifica nel seguente modo: $30 \cdot 60 + 40 \cdot x_2 = 5600 \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{3800}{40} = 95$.

Per rispondere alle domande *b.* e *c.* si parte dalla condizione di equilibrio: *SMS* = *SMT* = $\frac{p_1}{p_2}$. Il valore iniziale del *SMS* è 0,5; quello finale 0,75.

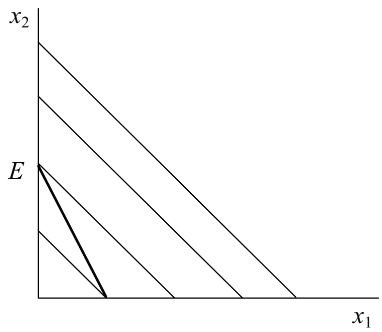
Soluzione 18.5.

La situazione iniziale non è di equilibrio perché il SMS, $Uma(A)/Uma(B)$, è maggiore del SMT, p_A/p_B: rispettivamente 0,5 e 0,375.

Calcolando le utilità marginali ponderate, Uma/p, verifichiamo che questa è maggiore per il bene $A\,(0{,}0\overline{6})$ rispetto a *B*(0,05). Ne consegue che il consumatore utilizzerà il reddito in più per il primo bene: la quantità aggiuntiva acquistata sarà $\Delta I/p_A = 33{,}\overline{3}$.

Soluzione 18.6.

Le curve di indifferenza nel caso di beni perfetti sostituti si presentano come linee decrescenti.



Le intercette sull'asse orizzontale sono, rispettivamente, 10, 20, 30 e 40. Le intercette sull'asse verticale sono: 5, 10, 15 e 20.

Nel grafico è riportata con tratto marcato la linea di vincolo, le cui intercette, pari al reddito diviso il prezzo del bene (che, ricordiamo, è identico), sono date da 10 in entrambi i casi.

Verifichiamo che la scelta ottimale è: $x_1 = 0$, $x_2 = 10$ (punto *E*), perché in tal modo il consumatore si colloca sulla curva di indifferenza più alta tra quelle a lui accessibili.

Soluzione 18.7.

Il grafico è simile a quello visto a proposito dell'esercizio precedente: l'inclinazione delle linee di indifferenza (*SMS* = 2) è inferiore a quella della linea di vincolo (*SMT* = 3). Essendo i beni perfettamente sostituibili il consumatore avrà convenienza ad acquistare quello meno caro (*B*) per una quantità pari a: 6000/6 = 1000.

Soluzione 18.8.

Costruiamo la lagrangiana

$$L = x^{0,5}y^{0,5} - \lambda(3x + 15y - 1200).$$

Derivando la funzione rispetto a x ed eguagliando a zero si ottiene:

$$0,5x^{0,5-1}y^{0,5} - \lambda 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0,5\frac{x^{0,5}y^{0,5}}{x} = \lambda 3.$$

Analoga procedura seguiamo rispetto a y:

$$0,5x^{0,5}y^{0,5-1} - \lambda 15 = 0 \quad \Rightarrow \quad 0,5\frac{x^{0,5}y^{0,5}}{y} = \lambda 15.$$

Dividiamo la prima per la seconda (moltiplichiamo la prima per l'inverso della seconda):

$$\frac{y}{x}=\frac{3}{15}=0{,}2 \quad \Rightarrow \quad y=0{,}2x.$$

Sostituendo il valore di y appena ottenuto nel vincolo di bilancio, siamo in grado di determinare x:

$$3x+15\cdot 0{,}2x=1200 \quad \Rightarrow \quad x=200.$$

Quest'ultimo valore, sostituito nell'espressione precedente, dà il valore di $y = 40$.

Soluzione 18.9.

L'utilità marginale della spesa è dato dal valore di λ che in equilibrio eguaglia le utilità marginali ponderate Uma/p dei due beni. Essendo il *SMS* pari a $Uma(x)/Uma(y)=y/x$, abbiamo che:

$$\frac{Uma(x)}{p_x}=\frac{y}{3}=\frac{40}{3}=\frac{Uma(y)}{p_y}=\frac{x}{15}=\frac{200}{15}=13{,}\overline{3}\,.$$

La frazione del reddito spesa per l'acquisto dei due beni è data da:

$$\frac{p_x\cdot x}{I}=\frac{600}{1200}=\frac{p_y\cdot y}{I}=\frac{600}{1200}=0{,}5.$$

Da notare come tale valore corrisponda ai due esponenti nella funzione di utilità.

Soluzione 18.10.

Sulla scorta di quanto visto a proposito degli ultimi due esercizi abbiamo:

$$\frac{y}{x}=\frac{20}{40} \quad \Rightarrow \quad y=0{,}5x$$

$$20x+40(0{,}5x)=5000 \quad \Rightarrow \quad x=125 \quad \Rightarrow \quad y=62{,}5.$$

La percentuale di reddito spesa per l'acquisto dei due beni è ½ = 0,5.

Soluzione 18.11.

Ricordando la definizione di elasticità della domanda al reddito e sostituendo i valori noti, si ottiene:

$$\varepsilon_I = 2 = \frac{\Delta x}{x} : \frac{500}{5000} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta x}{x} = 0{,}2.$$

Ad una variazione del reddito del 10 per cento corrisponde una variazione della domanda del 20 per cento.

Il valore iniziale di x era 125. Il 20 per cento di incremento è pari a 25. La nuova quantità acquistata del bene è pertanto 150.

Soluzione 18.12.

Dati due beni A e B, il SMS = $Uma(A)/Uma(B)$ = 3, è maggiore del SMT = $p_A/p_B = 2$.

Il consumatore ha convenienza a cedere 2 unità del bene B in cambio di 1 unità del bene A. Quest'ultima ha, per quanto riguarda le sue preferenze, un valore pari a 3 unità del bene B.

Ricordiamo infatti che il SMS nel consumo indica a quante unità del bene B *sono disposto* a rinunciare in cambio di una in più del bene A, mentre il SMT indica a quante unità del bene B *debbo* rinunciare per scambiarlo sul mercato (in base ai prezzi di mercato) con una unità in più del bene A.

Soluzione 18.13.

A partire dalla condizione di equilibrio del consumatore si determina p_1:

$$0{,}5 = \frac{p_1}{100} \quad \Rightarrow \quad p_1 = 50.$$

Ricordando il significato del *SMS*, si determinano le unità del bene 2 a cui il consumatore è disposto a rinunciare in cambio di 4 dell'altro bene:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{dx_2}{4} = 0{,}5 \quad \Rightarrow \quad dx_2 = 2.$$

Soluzione 18.14.

La determinazione avviene a partire dal differenziale totale della funzione di utilità:

$$dU = Uma(A) \cdot dx_A + Uma(B) \cdot dx_B \quad \Rightarrow \quad 3 = 2 \cdot 1 + 1 \cdot dx_B \quad \Rightarrow \quad dx_B = 1.$$

È bene precisare che, essendo $dU \neq 0$, la modifica del paniere acquistato dal consumatore non comporta un movimento lungo la stessa curva di indifferenza, ma lo spostamento su una curva più alta.

Soluzione 18.15.

Il grafico superiore riporta: *i.* la linea di vincolo con intercette date da I/p_1 (asse orizzontale) e I/p_2 (asse verticale) e pendenza data da $-p_1/p_2$; *ii.* la curva di indifferenza più alta tra quelle accessibili al consumatore. In E vi è tangenza tra le due curve per cui è verificata la seguente condizione: SMS = $Uma(x_1)/Uma(x_2)$ = SMT = p_1/p_2.

Aumentando il reddito nominale del consumatore si spostano verso l'esterno le due intercette della linea di vincolo. Il consumatore modifica il proprio equilibrio portandosi su una curva di indifferenza più esterna.

Unendo i due punti di equilibrio si ottiene la linea reddito-consumo.

Il grafico in basso riporta la linea di domanda per il bene 1. L'accrescimento del reddito produce una sua traslazione verso destra perché a parità di prezzo la domanda è ora maggiore.

Soluzione 18.16.

Le grandezze sono riportate sugli assi rispettando la convenzione per cui sull'asse orizzontale sono misurati i valori della variabile indipendente (nel caso specifico il reddito) e sull'asse verticale quelli della variabile dipendente (quantità domandata del bene). Le tre curve sono quelle di Engel.

Procedendo dal grafico di sinistra verso quello di destra notiamo come all'aumentare del reddito la domanda:

– aumenti a tassi decrescenti $\rightarrow$ il bene è *di prima necessità*;
– aumenti a tassi crescenti $\rightarrow$ il bene è *di lusso*;
– dapprima aumenti e poi diminuisca $\rightarrow$ il bene è *inferiore*.

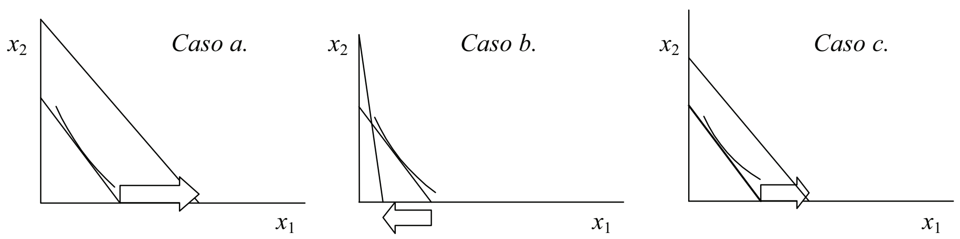
Soluzione 18.17.

Ad un aumento del prezzo del bene *B*:

– nel grafico di sinistra segue un aumento della quantità domandata del bene *A* → i due beni sono *succedanei*; il consumatore sostituisce il bene rincarato con l'altro;

– nel grafico di destra segue una riduzione della quantità domandata del bene *A* → i due beni sono *complementari*; il consumatore riduce la domanda di entrambi i beni.

Soluzione 18.18.



Le modifiche riguardano la linea di vincolo che presenta le seguenti intercette: I/p_1 (asse orizzontale) e I/p_2 (asse verticale), mentre la pendenza è data da $-p_1/p_2$.

Sia nel *caso a* sia nel *caso c* si ha una traslazione della linea verso destra, ma lo spostamento è maggiore nel primo.

Nel *caso b* si ha un aumento dell'inclinazione della linea con uno spostamento di entrambe le intercette: quella orizzontale verso l'origine degli assi; quella verticale verso l'alto.

In tutti e tre i casi il consumatore si sposta su una curva di indifferenza differente.

Soluzione 18.19.

L'elasticità della domanda al prezzo $\varepsilon = -\frac{\Delta x}{\Delta p}\frac{p}{x}$, può essere misurata con il metodo grafico tramite i seguenti rapporti:

– $\frac{AD}{OA} = \frac{8-2}{2} = 3$

– $\frac{BD}{OB} = \frac{8-4}{4} = 1$

$$-\ \frac{CD}{OC} = \frac{8-6}{6} = 0,\overline{3}$$

$$-\ \frac{OD}{OD} = \frac{8-8}{8} = 0.$$

Soluzione 18.20.

Determiniamo preliminarmente le quantità domandate del bene nelle due situazioni (tempo *0* e tempo *1*), dividendo la spesa per il prezzo. I valori sono: 10 e 12.

L'elasticità arcuale della domanda al prezzo è data da:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta x}{\frac{x_0 + x_1}{2}} : \frac{\Delta p}{\frac{p_0 + p_1}{2}} = -\frac{2}{11} : \frac{-200}{1900} = 1{,}728.$$

Soluzione 18.21.

L'elasticità della domanda al prezzo è data da: $\varepsilon = -\frac{\delta x}{\delta p}\frac{p}{x}$. Derivando la funzione di domanda rispetto a p, si ottiene: – 10. Noti i valori del prezzo ricaviamo dalla funzione le quantità domandate del bene: rispettivamente, 550, 500, 450, ed ancora 0 (se $p = 100$) e 1000 (se $p = 0$).

Applicando la formula precedente si ottengono i seguenti valori di elasticità:

– per $p = 45$ e $x = 550$, $\varepsilon = -(-10) \cdot 0{,}082 = 0{,}82$

– per $p = 50$ e $x = 500$, $\varepsilon = -(-10) \cdot 0{,}1 = 1$

– per $p = 55$ e $x = 450$, $\varepsilon = -(-10) \cdot 0{,}1\overline{2} = 1{,}\overline{2}$

– per $p = 100$ e $x = 0$, $\varepsilon = -(-10) \cdot \infty = \infty$

– per $p = 0$ e $x = 1000$, $\varepsilon = -(-10) \cdot 0 = 0.$

Soluzione 18.22.

La curva di domanda si presenta in questo caso come una iperbole equilatera perché il prodotto tra valore in ordinata (relativo al prezzo) e valore in ascissa (la corrispondente quantità domandata), che coincide con la spesa del consumatore, dà sempre un valore di 4. La costanza della spesa caratterizza una curva di domanda con un valore di $\varepsilon = 1$ qualunque sia il punto che si considera lungo la stessa curva.

Soluzione 18.23.

L'equilibrio tra domanda e offerta implica che:

$$20 - 2x = 12 + 0{,}5x \quad \Rightarrow \quad x = 8/2{,}5 = 3{,}2 \quad \Rightarrow \quad p = 13{,}6.$$

Per calcolare l'elasticità, si deve risolvere la funzione di domanda rispetto alla quantità: $x = 10 - 0{,}5\ p$, in modo da poterla derivare rispetto a p. Applicando la formula $\varepsilon = -\frac{\delta x}{\delta p}\frac{p}{x}$, otteniamo $\varepsilon = -(-0{,}5)\frac{13{,}6}{3{,}2} = 2{,}125.$

Soluzione 18.24.

Partendo dalla definizione di elasticità della domanda al reddito ed essendo noti il suo valore nonché la variazione percentuale del reddito, si determina la variazione percentuale della domanda:

$$\varepsilon_I = 2 = \frac{\Delta x}{x} : \frac{\Delta I}{I} = \frac{\Delta x}{x} : 0{,}1 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta x}{x} = 2 \cdot 0{,}1 = 0{,}2.$$

Ad una variazione del reddito del 10 per cento corrisponde una variazione della domanda del 20 per cento.

Il 20 per cento di 120 è 24, per cui il nuovo livello della domanda sarà 144.

In termini grafici si può far riferimento alla linea reddito-consumo e alla curva di Engel.

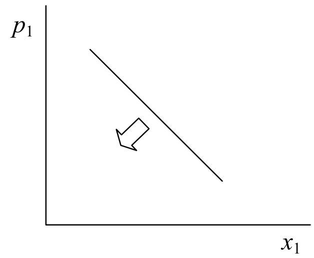
Soluzione 18.25.

Se si considera la definizione del coefficiente di elasticità della domanda al reddito: $\varepsilon_I = \frac{\delta x}{\delta I}\frac{I}{x}$, si nota che esso è dato dal prodotto tra la propensione *marginale* al consumo e l'inverso della propensione *media* al consumo, entrambe riferite al bene x. Noti i due valori, si ottiene: $\varepsilon_I = 0{,}6 \cdot 1{,}428 = 0{,}857$.

Soluzione 18.26.

Dalla funzione di domanda e in particolare dal segno (+) che precede il termine $5 \cdot p_2$, notiamo che ad un aumento del prezzo del bene 2 (che determina una contrazione di x_2) segue un aumento della domanda del bene 1 (d'altra parte, se $p_2 \downarrow$, $x_2 \uparrow$ e $x_1 \downarrow$): ciò indica che i due beni sono *succedanei*.

Data la curva di domanda del bene 1:



una riduzione di p_2, che provoca una contrazione di x_1, causa una traslazione della curva verso l'origine degli assi.

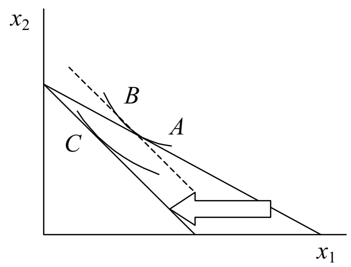
Soluzione 18.27.

Determiniamo preliminarmente le quantità domandate del bene 1 a partire dalla relativa funzione e sostituendo a p_1 e p_2 i valori indicati: *tempo 0*, $x_1 = 100 - 120 + 41 = 21$; *tempo 1*, $x_1 = 100 - 120 + 40 = 20$.

L'elasticità incrociata, $\varepsilon_{1,2} = \frac{\Delta x_1}{x_1} : \frac{\Delta p_2}{p_2} = \frac{-1}{21} : \frac{-0{,}2}{8{,}2} = 1{,}95$. Il valore positivo del coefficiente conferma che i beni considerati sono *succedanei*.

Soluzione 18.28.

L'effetto prezzi (*EP*) nel caso prospettato comporta una riduzione della quantità domandata del bene 1, nel senso che *A* è la posizione di equilibrio iniziale, mentre *C* è quella finale.



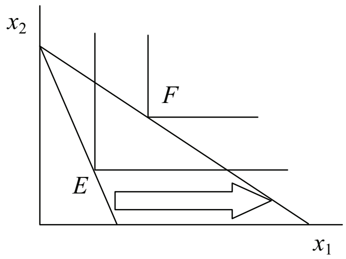
Tracciando la parallela alla nuova linea di bilancio in modo che sia tangente alla curva di indifferenza iniziale, individuiamo il punto *B*: esso indica il paniere di beni che al nuovo livello dei prezzi garantisce al consumatore lo stesso livello di benessere corrispondente alla posizione di equilibrio iniziale.

L'effetto sostituzione (*ES*), dovuto all'aumento del prezzo relativo p_1/p_2, è dato dal passaggio da *A* a *B* e comporta: $x_1 \downarrow$, mentre $x_2 \uparrow$.

L'effetto reddito (*ER*), dovuto alla riduzione del reddito del consumatore deflazionato in base a p_1, è dato dal passaggio da *B* a *C* e comporta: $x_1 \downarrow$, e anche $x_2 \downarrow$.

Soluzione 18.29.

Tracciando nel grafico la linea di vincolo:



individuiamo i punti di equilibrio in *E* e in *F*. In questo caso non vi è sostituzione tra i due beni, dato che sono complementari, per cui l'effetto prezzi ($p_1 \downarrow$ e, di conseguenza, $x_1 \uparrow$) è dovuto unicamente all'effetto reddito $\left(\frac{I}{p_1} \uparrow\right)$.

Soluzione 18.30.

La forma delle curva di indifferenza segnala che i beni sono perfetti sostituti. Dal momento che il vincolo di bilancio coincide con la linea di indifferenza, sono identici i valori di SMS e SMT ($= p_1/p_2$). In questo caso particolare sono accettabili *tutti* i panieri di beni che soddisfano il vincolo di bilancio, ivi compresi quelli che corrispondono a: $x_1 = 0$ e $x_2 = \max$ ($= I/p_2$); oppure $x_1 = \max$ ($= I/p_1$) e $x_2 = 0$.

Soluzione 18.31.

Beni di Giffen sono una particolare categoria di beni inferiori per i quali l'effetto reddito, positivo (nel senso che $p_1 \downarrow$, $\frac{I}{p_1} \uparrow$, $x_1 \downarrow$) come per tutti i beni inferiori, prevale sull'effetto sostituzione, negativo (nel senso che $p_1 \downarrow$, $\frac{p_1}{p_2} \downarrow$, $x_1 \uparrow$), sicché complessivamente al diminuire del prezzo la quantità domandata diminuisce.

La scomposizione dell'effetto prezzi in effetto sostituzione e reddito è presentata nella Figura *18.19* del testo.

La curva prezzo consumo si presenta, in questo caso particolare, nel seguente modo: